

多摩川周辺地域における 環境整備に関する実地研究

——ゴミ処理場のロケーションについて——

1 9 7 7 年

川 口 士 郎
東京都立大学助教授

目 次

1. はじめに	1
2. 1. Location問題のための予備調査	2
2. 2. ごみ量の時間変化	2
2. 2. 1. 季節変動	2
2. 2. 2. 週変動	18
2. 3. ごみ量の地域分布	14
2. 4. ごみ量の推定	16
2. 4. 1. 最小二乗法	16
2. 4. 2. 重回帰分析	17
2. 4. 3. 原単位法	19
3. 1. Location問題とは何か	19
3. 2. Location問題の解法の沿革	20
3. 3. ごみ処理施設のLocation問題	21
3. 4. 清掃事業の費用	22
3. 4. 1. 清掃事業費の内訳	22
3. 4. 2. ごみ処理施設の費用	24
3. 4. 3. ごみの輸送費用	24
4. 1. 問題の設定	26
4. 2. 対象地域のNetwork化	30
4. 2. 1. Zone分割	30
4. 2. 2. Network化	31
4. 3. 距離行列	31
4. 4. Algorithm	33
4. 4. 1. Center Node	33

4. 4. 2. 基本のAlgorithm	37
4. 4. 3. Algorithmの性質	38
4. 4. 4. 簡単な例	39
4. 5. 付加するprogram	43
4. 5. 1. Center Node Weight	43
4. 5. 2. 仮想距離行列	44
4. 5. 3. 容量制限	45
5. 1. 実際の都市への適用例	47
5. 1. 1. 川崎市の場合	47
5. 1. 2. 東京23区の場合	55
5. 1. 3. 多摩地区	61
5. 2. Algorithmの検討	64
5. 2. 1. 基本のAlgorithmの検討	64
5. 2. 2. 対象地域の選定と分割方法の検討	65
5. 2. 3. Center Node Weightの検討	65
5. 2. 4. 容量制限の検討	66
5. 3. ごみ処理施設数の推定	67
6. あとがき	68

1. はじめに

この報告は、多摩川周辺地域における環境整備に関する実地研究の一環として行なった調査研究をのべている。とりあつかっている主題は、ごみ処理施設のLocation問題である。

ごみ処理施設のLocation問題とは、ある与えられた地域に対して、必要十分な数と能力をもつ施設をどこに配置するかということである。この場合、必要十分であることを判断する基準は経済性だけである。

実際にごみ処理施設の配置を考える場合には、経済性だけでは不足である。ごみ処理施設のような地元住民に嫌悪される施設の配置には、行政的あるいは社会的な(といってよい)多くの配慮が必要となる。行政的あるいは社会的な配慮に関連する要素の内容を定量的にのべることは困難であるから、実際問題としてのLocation問題は、単純な演算によって解くことはできない。言葉をかえれば、行政的あるいは社会的な配慮を加えると、ごみ処理施設のLocation問題の解は一意的でなくなる。

経済性だけを考慮するとすれば、ごみ処理施設のLocation問題の解は、原理的には一意的である。

この報告では、ごみ処理施設のLocation問題の解法と、それを川崎市、東京都23区、三多摩地域に適用した結果とをのべている。この解は、実際にごみ処理施設を配置しようとする場合に、よるべき基準的な配置と考えることができる。すなわち、これらの解から離れて配置しようとするれば、それだけ経済的でなくなることを意味しているわけである。

ごみ処理施設のLocation問題は、ある地域の、環境問題としてのごみ問題の小さな部分であり、ある地域を浄化しようとする場合には、間接的といえるほどの重要性しかもたない。しかし、環境問題を構成する二大要素、すなわち液体廃棄物の処分、固形廃棄物の処分の1つであるごみ処分を考える場合、必要な施設を建設するということになれば、Location問題をまず最初に考えなければならない。

この報告は、多摩川周辺地域におけるごみ問題を考える場合に、最初に考えるべき問題をあつかったわけであり、この意味では、序論的意義をもつものである。ごみ処理施設のLocation問題をあつかった研究は、特に我国では、ほとんどその例をみないから、この報告は若干の意義をもつものと考えている。

なお、あわててまとめため、内容、特に図面の整備などが十分になされていない場合があることをあらかじめおわびしておく。

2-1 Location問題のための予備調査

ごみ処理施設のLocation問題を扱うための予備調査として、ごみ量の変動に関して解析を行った。ごみ量の変動は収集形態・処理施設の容量を決定する要因となるばかりでなく、Location問題をごみ処理施設の配置に適用するために重要である。

ごみ量の変動を解析するために、時間的な変動と地域的な分布とに分類して考えている。最初に時間的な変動として、年ごとに生じる季節変動、さらに川崎市のように毎日収集を行なっている地域において明らかになる週変動の2つの顕著な変動の分析を行なった。

次に、地域的な分布が年間を通じて変化するかしないかを調査するために、地区の間のごみ量の相関を求めた。この結果より、地域のごみ発生量の分布は一定の関係、すなわち、ある地区のごみ発生量が増加すると他の地域のごみ発生量も増加するという関係が判明した。したがって、ごみ処理施設のLocation問題を定常的に扱いうることを述べている。

最後に、ある地域をいくつかの地区に分割した場合の地区ごとのごみ量を推定する方法について考察し、実際の計算を行うために役立てている。

2-2 ごみ量の時間変化

2-2-1 季節変動

ごみはそれぞれの季節ごとに同じ量が収集されているわけではなく、年末、大晦日近くは非常に多量のごみを各家庭で排出している。また、ごみ量は夏季も他の季節に比較して多い。このようにごみ量がそれぞれの季節ごとに違う場合には、ごみ収集量の変動巾が処理施設の容量を決定する要因の1つである。ごみのように積み残しが許されず、必ず収集・処理しなくてはならない場合には、最大収集量に対して各施設を計画しなければならない。収集量の変動巾が大きい場合には、焼却炉など処理施設の容量が大となり、効率的な処理が行われず不経済となる。そのため、貯留施設等の補完施設が必要となるかもしれない。このように、ごみ量の変動は、ごみ収集・処理計画を左右する要因である。

ある地域の収集量の時間単位（日量・週量・月量）を単位時間ごとに追って行くことにより、収集量の時間変動が判る。図-1～図-6は、川崎市6地区の月平均日量を、年平均日量を100とした指数で表わした結果であり、これは季節変動を示しているといえる。川崎市の季節変動は、6地区とも同様なパターンを示し、また年度ごとにも48年度を除き、あまり変化は認められな

い。季節変動は、夏季（7・8月）と年末（12月）に2つのピークを持っている。ただし、48年度の年末のピークが他の年と比較して低くなっている。この年は石油ショックがあった年で、その影響を受けて収集量が減ったためである。図-7は立川市の場合である。立川市も川崎市と同様に2つのピークを夏季と年末に持っており、48年度も他の年と異っている。川崎市と立川市のごみの季節変動は同一のパターンを持っていると判断できる。図-9はドイツのボン、ツェーピングゲン両市のごみの季節変動である。このドイツ2都市は、川崎市、立川市と異った、冬季（1,2,3月）のピークと夏季（7,8月）のボトムとなっている。ドイツ2都市で冬のごみ収集量が増加する原因は、冬季の暖房に使用する石炭穀によるものと言われている。（参考図として、デンマーク4都市、スイス3都市のごみの季節変動を図-8に示す。）

このように、その都市の気候と生活様式が、ごみの季節変動に影響を及ぼすと考えられる。川崎市と立川市が類似したパターンとなるのは、気候、生活様式がともに類似しているからであると考えられる。

ごみ収集量に影響する要因として、社会全体の経済活動（石油ショックが顕著な例である。）と、その都市の気候、生活様式が考えられる。このことに起因して、各都市のごみ量は安定したパターンを持っていると考えられる。

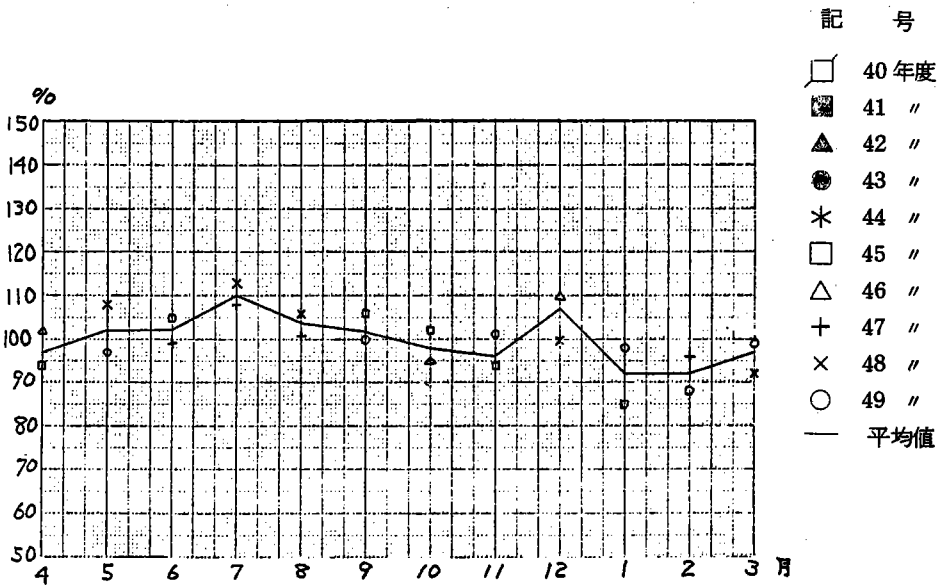


図-1 収集量の季節指数 川崎市堤根地区

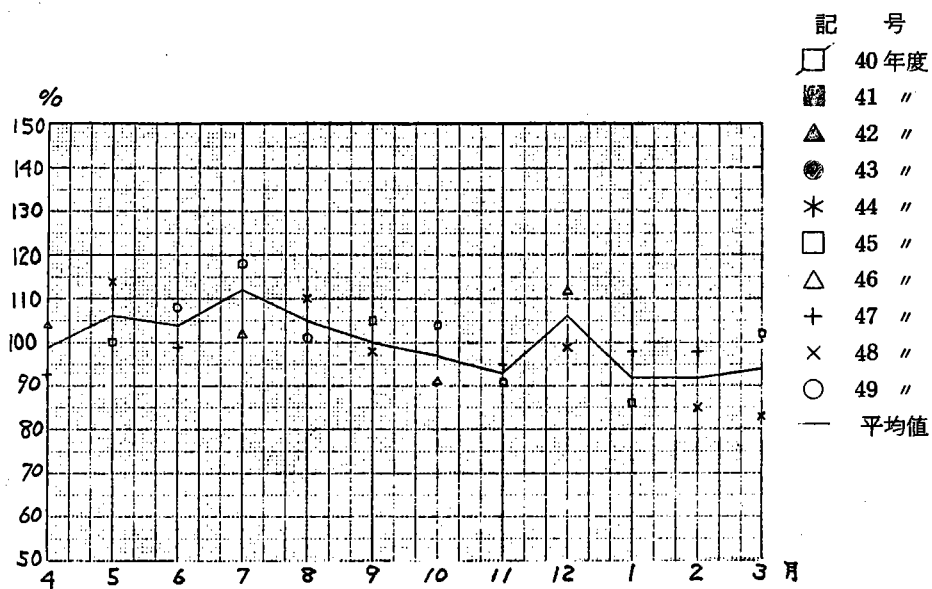


図-2 収集量の季節指数 川崎市田島地区

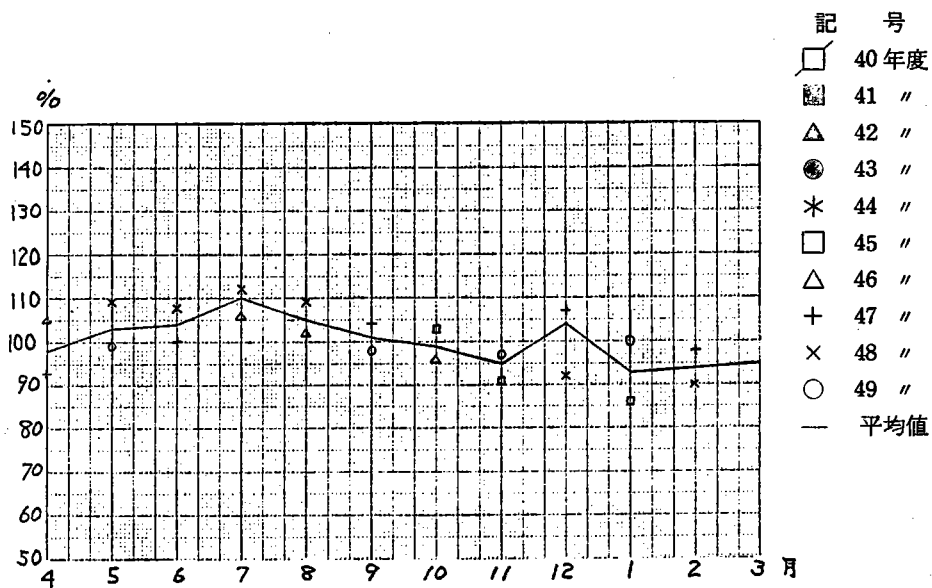


図-3 収集量の季節指数 川崎市大師地区

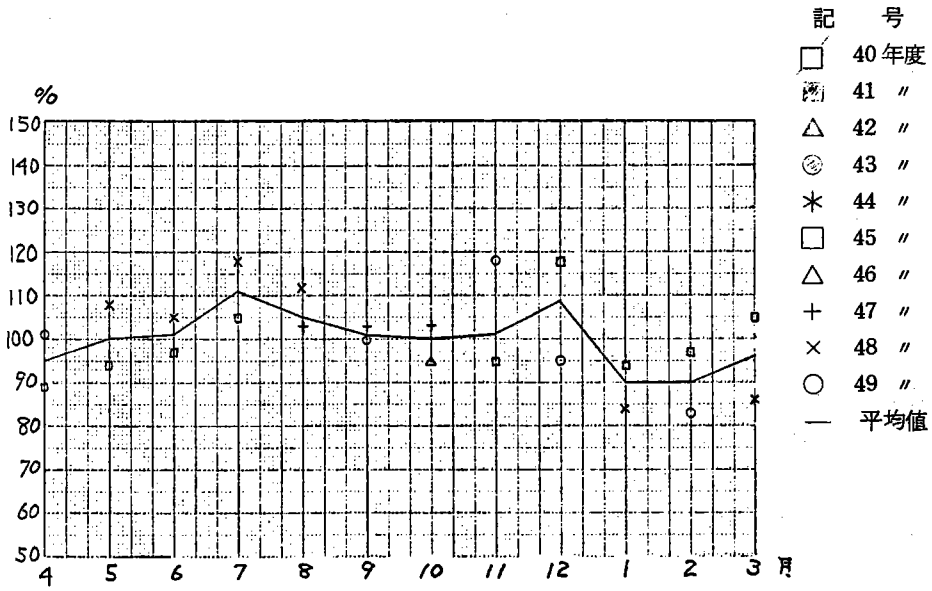


図-4 収集量の季節指数 川崎市中原地区

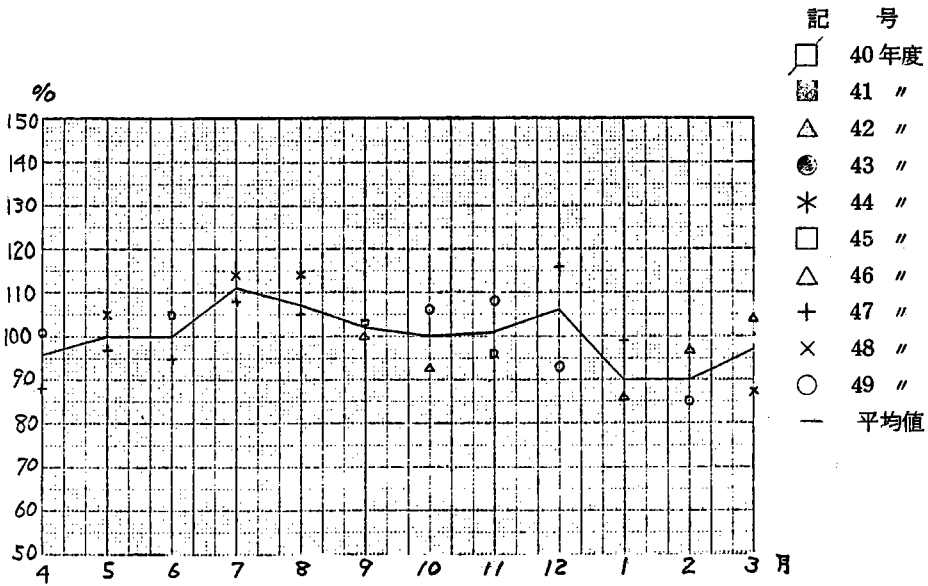


図-5 収集量の季節指数 川崎市高津地区

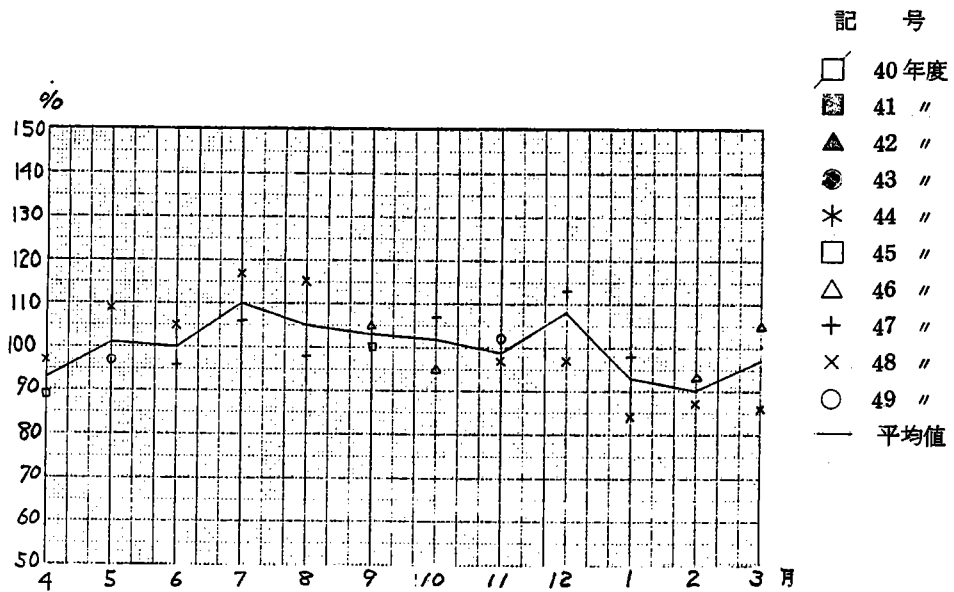


図-6 収 集 量 の 季 節 指 数 川崎市多摩地区

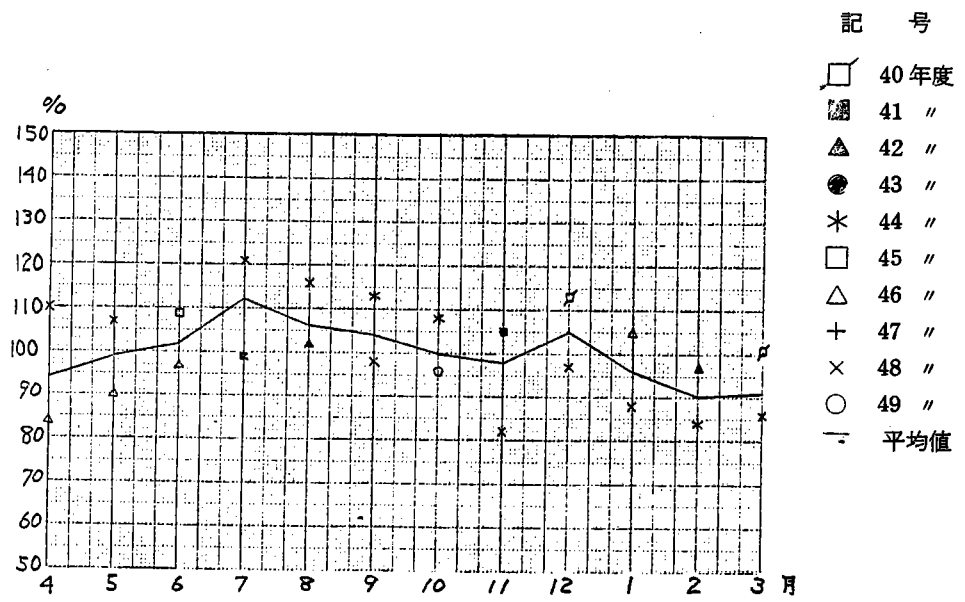


図-7 収 集 量 の 季 節 指 数 立 川 市

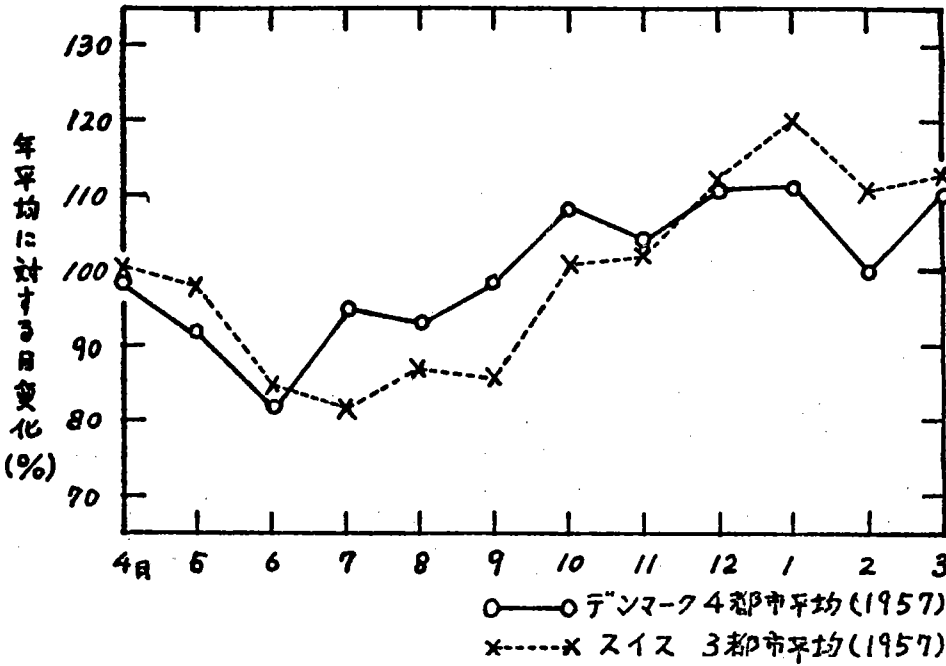


図-8 デンマーク4都市・スイス3都市のごみの季節変動

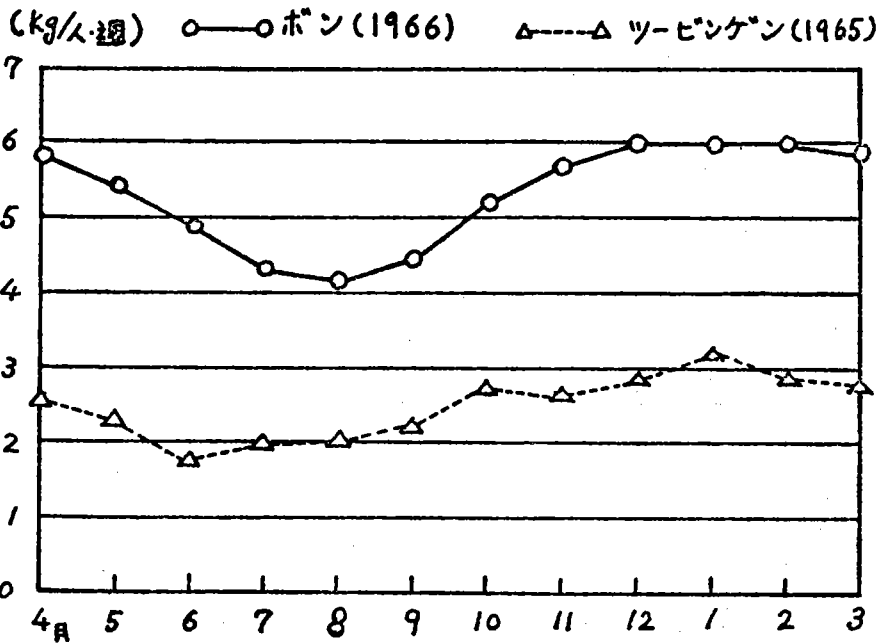


図-9 ドイツ2都市(ボン, ツュービンゲン)のごみ季節変動

2-2-2 週変動

川崎市のように毎日収集を行っている地域では、前日各家庭で発生したごみは翌日の朝に収集されるという行動が取られる。この場合は、家庭内に貯留されている時間が、収集頻度の少ない地区に比較して短く、家庭内で発生したごみがすぐ収集され、ごみ発生量が収集量とほぼ等しいと考えられる。また日曜日は収集が休みとなるため、月曜日に2日分のごみが収集されていることになる。

図-10は、川崎市6地区のごみ収集量の週変動を示している。図-11は、堤根地区の45年度より49年度までの週変動を示したものである。この週変動は、次のようにして求める。

1週間のうち月曜日、土曜日は、収集の休みである日曜日の影響を受けるものと考え、火～金曜日までは休みの影響を受けない平均的な日と考える。そこで、一週間の平日平均(火～金曜日までのごみ収集量の平均)を100とした指数によって、各曜日のごみ収集量を表示している。したがって、月～土曜日までの収集量を X_{mon} , X_{tue} , X_{wed} , X_{thu} , X_{fri} , X_{sat} とすると、指数は(2・1)式で表わされる。

$$I_i = \frac{X_i}{\bar{X}} \times 100 \quad (2 \cdot 1)$$

ただし

$$\bar{X} = \frac{X_{tue} + X_{wed} + X_{thu} + X_{sat}}{4} \quad (2 \cdot 2)$$

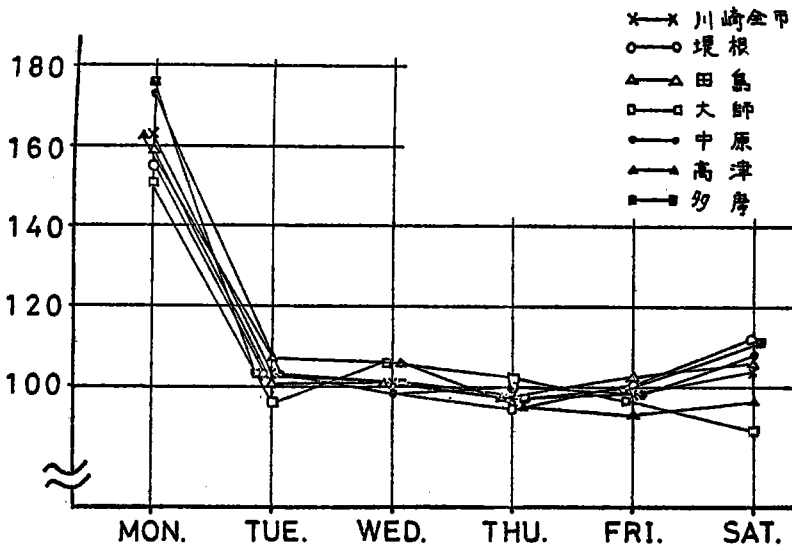


図-10 川崎市6地区のごみ収集量の週変動 (49年度7/15-21)

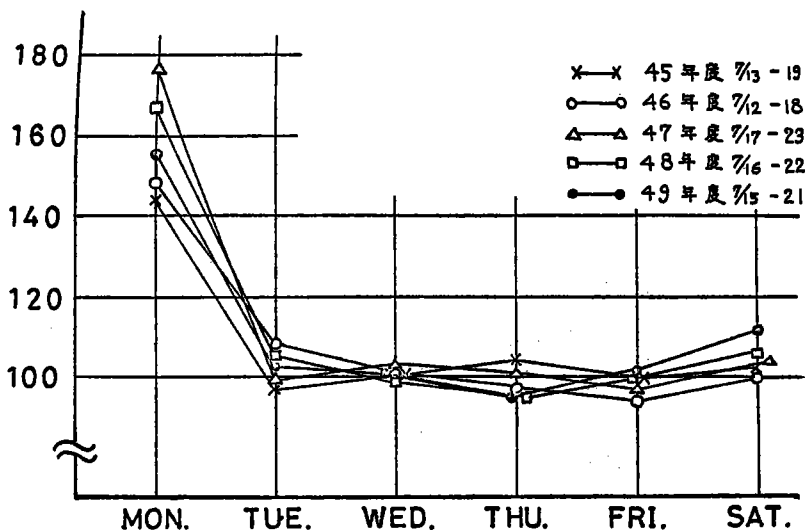


図-11 堤根地区のごみ収集量の週変動

X_l : l 曜日のごみ収集量 (t) ($l = \text{mon}, \dots, \text{sat}$)

X : 週の平日平均 (t)

I_l : 週の平日平均100に対する l 曜日の指数

(2・2)式で表わされる週の平日平均は、 X_{mon} , X_{sat} という特異なデータを除き、1週間を1区間と考えた区間平均を求めたことになる。図-10, 図-11に示すように一週間の変動パターンは、月曜日が高い値を示すL字型をしている。また、このL字型の変動は各週ごと安定している。

次に、休みの翌日(月曜日ばかりでなく、祭日の翌日も含めて)という収集作業が休みであるために、2日分のごみを収集すると考えられる日のごみ収集量を、(2-1)式によって指数化した値の度数分布をとった。それを、図-12~図-17に示す。この分布は、ほぼ正規分布で近似できる。平日、休みの翌日、休みの前日についての平均値・中央値・分散・標準偏差を計算結果を併せて表2-1に示す。

各地区ごとで休みの翌日と休みの前日のごみ収集量は、表-1の結果によると、平日に比較して高い値を示している。これは、休みの影響を受けていると考えられる。また、休みの翌日は、2日分のごみを収集していると考えられるのにもかかわらず、2倍とならずに1.5~1.7倍となっ

ている。この値は、川崎市の中心街である堤根・大師地区が低く、住宅地である中原・高津・多摩地区が高くなっている。休みの翌日が2倍とならず1.5倍～1.7倍となる原因として、収集頻度に起因する貯留日数による影響が考えられる。これは、家庭内にごみを貯留することにより、心理的に（ごみを減らそうという意識が働くこと）物理的に（水分の蒸発など）減量効果があるのではないかと考えている。さらに、地区ごとに差が生じる原因として、地区の商業系のごみは、日曜・祭日に商店街が休みのために、休みの翌日には発生しないというような、地区の商業活動によって生じるごみが影響しているのではないかと考えられる。

表-1 ごみ収集量の指数の平均・中央値・分散・標準偏差

平日		平均	中央値	分散	標準偏差
堤根		100	100	24	4.9
田島		100	100	34	5.9
大師		100	100	41	6.4
中原		100	100	31	5.6
高津		100	100	36	6.0
多摩		100	100	46	6.8

休日の翌日		平均	中央値	分散	標準偏差
堤根		151	152	157	12.5
田島		152	151	209	14.5
大師		144	145	134	11.6
中原		169	172	263	16.2
高津		163	165	361	19.0
多摩		169	173	502	22.4

休日の前日		平均	中央値	分散	標準偏差
堤根		106	105	68	8.2
田島		104	104	93	9.6
大師		104	104	87	9.3
中原		106	106	73	8.6
高津		106	106	97	9.9
多摩		109	110	130	11.4

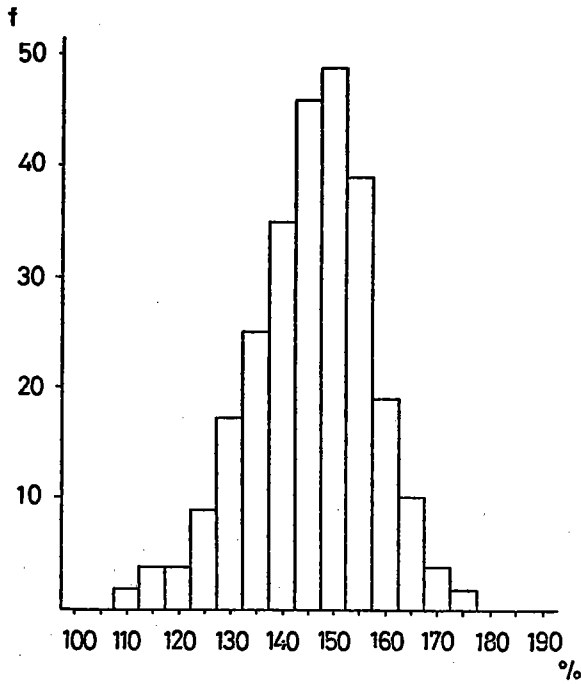


図-12 休みの翌日のごみ収集量指数の度数分布(昭和45~49年度)

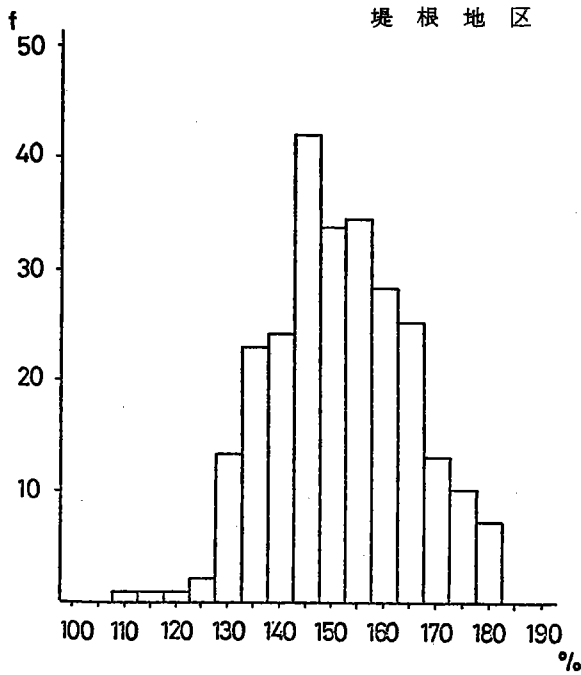


図-13 休みの翌日のごみ収集量指数の度数分布(昭和45~49年度)

田島地区

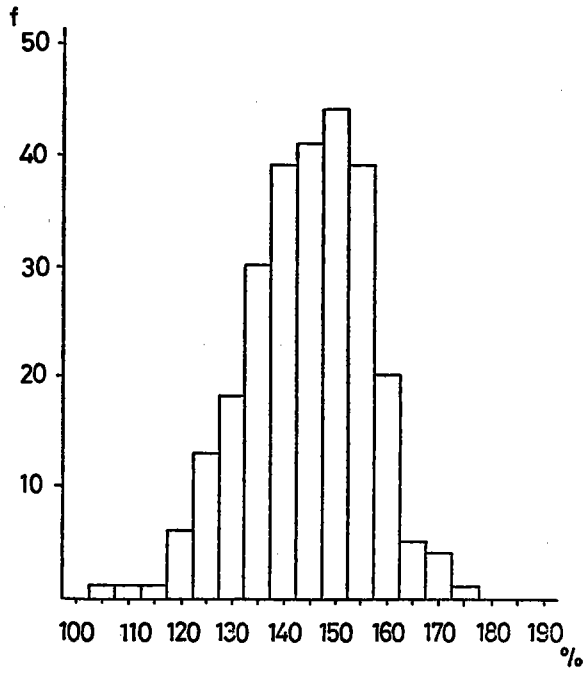


図-14 休みの翌日のごみ収集量指数の度数分布(昭和45~49年度)

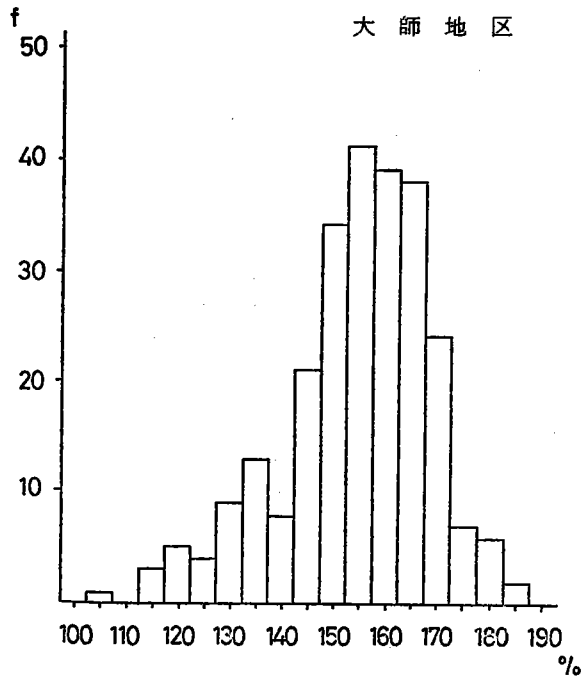


図-15 休みの翌日のごみ収集量指数の度数分布(昭和45~49年度)

中 原 地 区

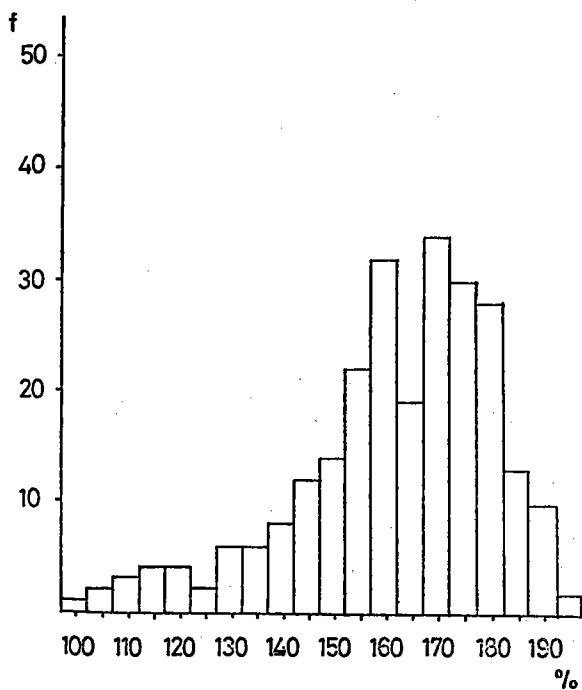


図-16 休みの翌日のごみ収集量指数の度数分布(昭和45~49年度)

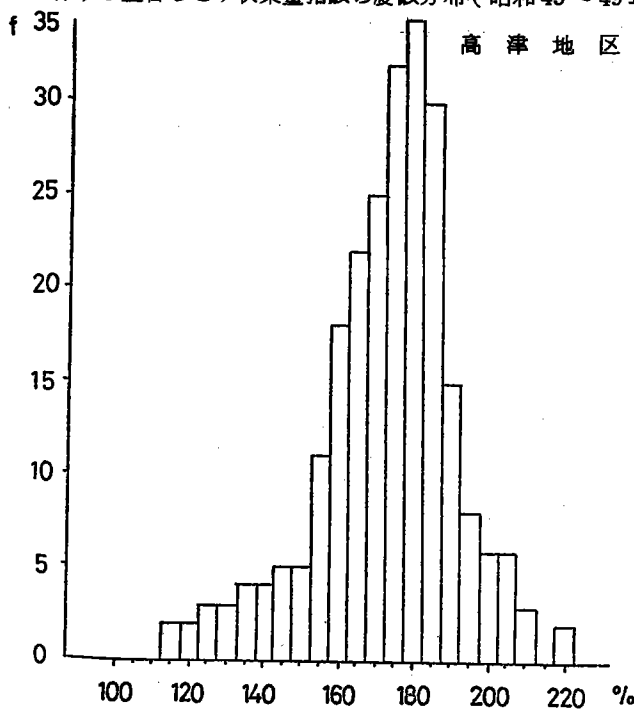


図-17 休みの翌日のごみ収集量指数の度数分布(昭和45~49年度)

多摩地区

2-3 ごみ量の地域分布

ある地域から発生するごみは、その地域の面積に比例して発生するわけではない。各地域のごみ収集量は、人口、世帯数、商店数に依存すると考えられる。ここで問題にするのは、ある地域をいくつかの地区に分割した場合、各地区ごとに発生するごみ量の間どのような関係があるかということである。すなわち、地域のごみ量の分布が、年間を通じて変化するかどうか、もし変化するならば、どのように変化するかということの問題にする。ごみ量がある地域で増加した時、他の地域のごみ量も同様に増加するならば、ごみ処理施設のLocation問題を定常的に扱える。各地区の平均ごみ発生量を用いて、ごみを輸送するための最適位置が求めれば、他の要因(人口、世帯、商店数など)が変化しなければ、求めた最適位置はごみの全体量が増減しても最適位置として変化しないことになる。

川崎市を6地区に分割し、その地区のごみ収集量を過量で表わした値の相関を調べるため相関係数を求め、その値を表-2に示した。それぞれの相関係数は高い値を示しており、地区間のごみ量は強い相関があることがいえる。これは、ある地区のごみ量が増加すれば他の地区のごみ量が増加し、減少すれば減少するという関係があることが判明した。したがって、ごみ処理施設のLocation問題を定常的に扱えることを保証している。すなわち、各地区の平均ごみ発生量を用いて、ごみを輸送するための施設の最適位置を求めてもよいことになる。

表-2 川崎市6地区ごみ収集量の相関係数

47年度						
	堤 根	田 島	大 師	中 原	高 津	多 摩
堤 根		0.92	0.95	0.92	0.87	0.87
田 島	0.92		0.93	0.88	0.81	0.82
大 師	0.94	0.95		0.90	0.85	0.82
中 原	0.92	0.95	0.93		0.90	0.90
高 津	0.90	0.92	0.91	0.94		0.92
多 摩	0.90	0.93	0.91	0.95	0.95	

48年度

さらに、相関の極めて高いもの同志をまとめれば、堤根・田島・大師地区群と多摩・高津地区群の2つに分類でき、中原地区はその中間といえる。このことは、ベクトルパターン法^(注1)によっても確認されている。2分される理由としては次のことが考えられる。堤根地区は川崎市の中心街であり、繁華街・事務所群を抱えており、田島・大師地区は臨海地帯で商店・住居・工場が混在

している地区である、それに対して、多摩・高津地区は、東京のベッドタウンと言うべき典型的な住宅地である。このように、地区の産業分布の違いにより、ごみの発生する構造の違いがあるのではないかと考えられ、ごみ量を推定する場合に地区の産業分布を考慮する必要があると思われる。

〔註1.〕 ベクトルパターン法

各説明変数に重みをつけ、目的変数との間の重相関度を、2次元平面上に単位ベクトルを用いて図式化する方法である。今回は単相関を調べているので重みづけはしていない。以下に簡単に説明する。

説明変数の数を k データ数を n とする。(表-1)

それぞれの列ごとに、大きさの順番に並べ、(1)式で表わされる偏角をもつ単位ベクトルに変換する。

$$a_{ij} = \frac{m_{ij} - 1}{k - 1} \cdot \pi \quad (1)$$

$m_{ij} : x_{ij}, y$ の列における順位

($\min(x_i)$ の場合 $m_{ij} = 1$, $\max(x_i)$ の場合 $m_{ij} = k$)

次に、表-1の行の関係を变えずに、 y の大きい順番にベクトルを並べ換える。ただし、 y の単位ベクトルを φ , x の単位ベクトルを η とする。(表-2)

さらに $\sum_{i=1}^k w_i = 1$ なる重みを考え、これを η_{ij} に乘じ、(2)式で表わされるベクトル ξ を考える。

$$\xi_j = \sum w_i \eta_{ij} \quad (2)$$

これを説明変数加重ベクトルという。

この ξ_i と φ_i を順次2次元平面上に図示する。これを連結したパターンを、連結ベクトルパターンと言う。このパターンの類似性を視覚的に判断し、その相関を判定する。

ベクトルの偏角は、(1)式以外に(3)式で表わす方法を用いる場合もある。

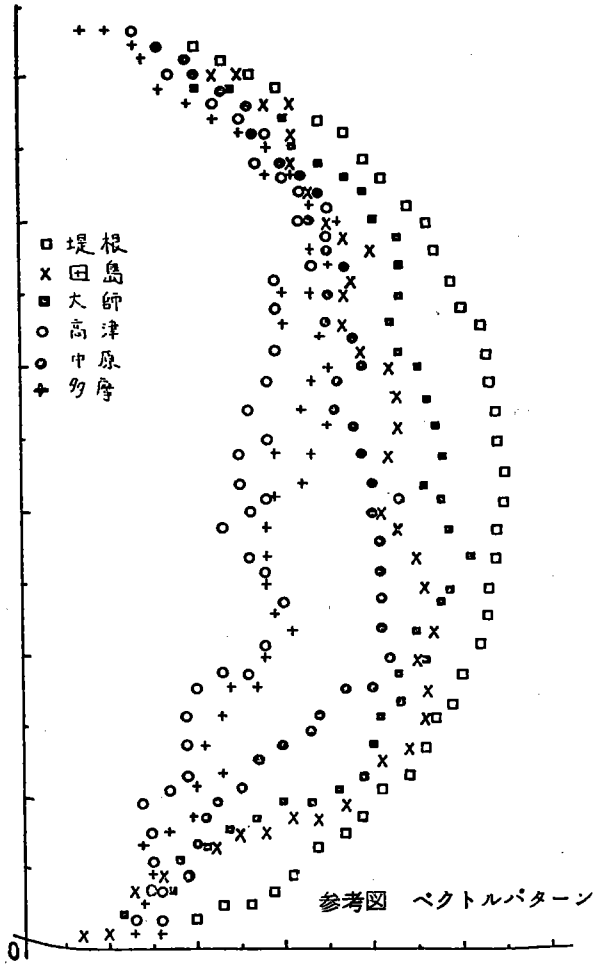
参考図として、川崎市6地区のごみ収集量の単相関の場合を示す。

(表-1) n 組のデータ

	y	x_1	x_2	...	x_k
1	y_1	x_{11}	x_{21}	...	x_{k1}
2	y_2	x_{12}	x_{22}	...	x_{k2}
...
...
n	y_n	x_{1n}	x_{2n}	...	x_{kn}

(表-2) 大きさの順番に並べ換えたベクトル

順位		η_1	η_2	...	η_n
1	φ_1	η_{11}	η_{12}	...	η_{1n}
2	φ_2	η_{21}	η_{22}	...	η_{2n}
...
...
n	φ_n	η_{n1}	η_{n2}	...	η_{nn}



2-4 ごみ量の推定

ごみ処理施設の配置問題をLocation問題として解くために、対象地域を分割した各地区からのごみ量を推定しなければならない。推定する方法として、次の3つの方法を検討した。

1. 最少二乗法
2. 重回帰分析
3. 原単位法

2-4-1 最小二乗法

最小二乗法とは、2つの量X、Yの間に線型性を仮定して直線のあてはめを行う方法で、観測値を (x_i, y_i) $i=1, \dots, n$ とし、求める式を(2-2)とすると、求める係数は(2-3)式で表わされる。

$$Y = a + b \cdot X \quad (2-2)$$

$$\text{ただし, } \left. \begin{aligned} a &= \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \\ b &= \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{aligned} \right\} (2-3)$$

Y : 目的変数

X : 説明変数

x_i, y_i : 観測値

ごみ量と人口との間には、強い相関があることが知られている。そこで、ごみ量を人口によって説明することにし、東京都23区のごみ量と人口を用いて求めた結果が、(2-3)式である。

$$Y = 170 + 0.000632 \cdot X \quad (2 \cdot 3)$$

Y : ごみ量 (t)

X : 人口 (人)

この結果を用いて、東京都23区を137地区に分割し、各地区のごみ量を推定すると、全体量で3倍にも過大評価してしまふ。(2-3)式を用いて人口0人の地区のごみ量を推定すると、その地区は170tも発生することになり、これが過大評価の原因と考えられる。また、3節で指摘したように、ごみ量は地域の産業分布にも影響される。これも過大評価の原因の1つと考えられる。したがって、この方法は採用していない。

2-4-2 重回帰分析

重回帰分析とは、目的変数Yと複数の説明変数、 x_j ($j=1, 2, \dots, k$)との間に線形性を仮定し、正規方程式を解くことによって回帰係数を求める方法である。観測値を($x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, y_i$)とし、求める回帰式を(2-4)とすると、正規方程式(2-5)を解くことによって回帰係数は求まる。

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k \quad (2 \cdot 4)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b_j} = 0 \quad (j=1, 2, \dots, k) \quad (2 \cdot 5)$$

ただし

$$S = \sum_{i=1}^n \{ Y_i - (b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + \dots + b_k X_{ik}) \}$$

この方法を、多摩21市町村に対して、説明変数を人口、二次産業人口三次産業人口として求めた回帰係数を表2-3に示す。二次、三次産業人口を用いたのは、産業分布の影響を反映させようとしたからである。その結果、重相関係数、 $R=0.973$ 、また分散分析のF値 0.99×10^2 は、有意水準99%の場合、5.18以上であれば有意であるといえるので、この回帰式は意味があると言える。

しかし、多摩地区を135地区に分割したそれぞれの地区に適用すると、ごみ量として負の値を生じてしまう。これは、人口、二次産業人口、三次産業人口を0人と考えてみると明らかである。Location問題を解く場合、ごみ発生量を距離に乗じたものを重みづけした距離として用いている。一方、Algorithmは非負を原則としているので、計算上不都合な状態となる。そこで、この方法も採用することが出来なかった。

重回帰分析を市町村単位に行い、その結果をさらに市町村を分割した小地区に適用することは、最小二乗法同様に無理があるようである。

表2-3 多摩地区重回帰分析

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3$$

Y : ごみ量
 X_1 : 人口 (人)
 X_2 : 二次産業人口 (人)
 X_3 : 三次産業人口 (人)

回帰係数

$$\begin{aligned} a_1 &= -0.186 \times 10^2 \\ b_1 &= -0.196 \times 10^{-2} \\ b_2 &= 0.717 \times 10^{-1} \\ b_3 &= 0.141 \times 10^0 \end{aligned}$$

重相関係数 $R=0.973$

分散分析表

要因	平方和	自由度	分散	F 値
回帰	0.200×10^9	3	0.667×10^8	0.990×10^2
残差	0.114×10^9	17	0.673×10^6	
全体	0.211×10^9	20		

有意水準99%の値5.18

2-4-3 原単位法

原単位法とは、対象地域のごみ量を人口あるいは、他の値によって除した商を用いて、地区のごみ量を推定する方法である。この方法を用いて、後に述べる東京23区、多摩地区を分割したそれぞれの地区のごみ発生量を推定している。行政単位（区、市、町、村）のごみ収集量の実積値を用いて、行政単位ごとの原単位を求めることは可能だが、対象地域のmeshにより分割しているので、行政単位ごとの原単位を用いることは計算を繁雑にする。そこで、計算上の便義を考え、また、地域全体のごみ量の実積値と推定値が一致するので、対象地域全体の原単位を用いて、ごみ量を推定している。東京23区、多摩地区のごみ発生量は(2-6)、(2-7)式を用いて推定している

東京23区

$$Y_i = 0.00109 \cdot X_i \quad (2-6)$$

多摩地区

$$Y_i = 0.000643 \cdot X_i \quad (2-7)$$

Y_i : 推定したごみ発生量 (t)

X_i : 人口 (人)

3-1 Location問題とは何か

ある地域で市民センターを設ける場合、地域のほぼ中心に設置するのが好ましい。それは、市民が利用するために施設まで要する時間が平均化され、市民全体の利便をはかっているからである。言い換えれば、すべての市民が施設に来るのに要する時間の総和を最小にする地点と言えるからである。Location問題とは、このようにある広さを持つ地域に対してサービスを供する施設——倉庫・配送センター・通信センター・ごみ処理施設——をその地域のどこに合理的に配置するかという問題である。

実際のLocation問題の設定は次のことである。サービスを供する地点がいくつかあり、その地点はサービス需要量をもつ。また輸送費用（市民センターの場合は所要時間）が算定しうる。このような場合の施設の数、その位置、施設の容量を求めることである。

Location問題の解法は、理論的にも計算技術の上からも困難なものであるため、解法を簡単にするためにいくつかの仮定を行っている。一般にサービス量当りの輸送費用（サービス費用）は輸送量（サービス量）に関して線型であるとか、施設容量に制限をつけないという場合が多い。

また、単一の施設に対する問題は単一供給源問題 (a Single souce problem) といわれ、2つ以上の複数の施設を設ける問題は多重供給源問題 (multiple souce ploblem) といわれる。多重供給問題は単一供給源問題の組合わせと考えることができるが、解法はさらに複雑となる。また複数の施設が存在しても各サービス需要点が、ただ1個所の施設からサービスを受ける場合には、地域が施設の数だけの部分集合に分割される。それぞれの部分集合は、単一供給源問題となる。このような場合には地域の分割問題といえる。

3-2 Location問題の解法の沿革

Location問題に関連した幾何学の問題は古くから考えられている。Cavalieri (1674) は、与えられた平面上の3点からの距離の和を最小にする点を求める問題を考えた。この三角形の問題は、Steiner(1837) によって完全な解を与えられている。Fagnano(1755)は、4点に対する距離の総和を最小にする点はその対角線の交点にあることを示した。Tedenat(1810) は、 n 個の点に対する距離の総和を最小にする点となる必要条件として、 n 個の点とその点を結ぶ直線が平面上の任意の直線となす角の $\sum \cos O_i$ が0と等しいことであることを示した。Steinerは、この問題に対する必要十分条件が、 $\sum \sin O_i = \sum \cos O_i = 0$ であることを示した。

このような幾何学的な問題に対し、Location問題として初めて考えたのはWeberである。Weberは2ヶ所の原料供給源と1ヶ所の市場との間に1ヶ所の工場を設置する場合、輸送費を最小とする位置を決定する問題を考えた。Cooper・kuhn・kuenneらは、ある平面上に対して重みづけしたEve-lid距離の総和を最小にするような点を反復法で決定するWeber問題(Weberの問題を拡張したLocation問題をWeber問題という。)を考えた。更に施設の費用も考慮して、線型計画法により解こうとしたのがGomory・BaumolとWolf・BalinskiとMillsらである。線型計画法による解法は規模の大きい問題や、非線型の施設費用を考慮した場合はうまくいかない。そこで、この問題を heuristic に解こうとしたのはkuehnとHamburgerであり、この方法をFeldmanらが改良した。

Hakimiは対象地域をnodeとlinkからなるnetworkとして考え、 P 個の施設を設置する場合、最適位置はnodeにあることを示した。これをHakimiの定理と呼んでいる。対象地域をnetworkとして考えるのは非常に有力な方法である。

Maranzanaは、Cooperが平面上でのLocation問題に提案した反復法と本質的には同一(註1)の方法でnetworkにおける P -vertex-median求め、イタリア40都市を3分割する問題に適用している。Teiz-Bartは、最初に m 個の点を任意にとり、これらの点を1つずつ入れ換え

て各点から m 個の点に対する距離の和を最小にする代入法を用いて解く方法を考えた。彼らの実験によると、Maranzana の場合より解の安定性がよいと述べている。

今回は、この Teiz-Bart の方法を利用してごみ処理施設の Location 問題の解法を考える。

(註 1) P-vertex-median

network を P 個の部分集合に分割し、その network のそれぞれの部分集合ごとに、輸送距離の和を最小とする node を求めると、それらの node は P 個ある。これを P-vertex-median と言う。

3-3 ごみ処理施設の Location 問題

ごみ処理施設の配置を Location 問題として扱うことの特徴として次の 5 項目が挙げられる。

1. 必ず存在しなければならない施設である。
2. ごみ処理施設の配置は、他のいくつかの施設（中継施設・最終処分地など）と関連してなされなくてはならない。
3. ごみ処理施設とごみ発生地点との関係が、他の Location 問題で考える施設より tight である。
4. 施設費用は明確でない。
5. 立地に際して、経済的条件以外の条件がきびしい。

第 1 項目は、ごみを収集した以上処理しなくてはならず、もし収集しないとすると、各家庭において自家処理する以外にない。現在の都市のように自家処理の道を塞さがれている現状（空地が少ないことなど）では、ごみを収集し、処理するための施設は必要である。

第 2 項目は、ごみ処理施設と他の施設——中継施設・貯留施設・最終処分地——との関係によって配置を考えなくてはならない。しかし、解法技術の制約上ごみ処理施設への輸送費用以外のものを考慮することは困難である。他の要素を直接考慮することはできないが、間接的に他の形で考慮することは可能ではないかとも思われる。このことは 5 章でふれている。

第 3 項目として、ごみ処理施設は発生地点より必ず輸送され、その発生点間（第 2 章で述べている。）を維持している。したがって、公園のように施設と供給源（需要）との関係が Tight でない施設に比較して輸送・処理の費用以外の代用変数（施設への距離と需要に関係がある場合などに必要）を考える必要はない。

第 4 項目については 4 節で扱う。

第5項目が、ごみ処理施設をLocation問題として扱う場合に大きな問題となる。現在のごみ処理施設は、経済性ではなく・社会的・行政的な条件で配置されている場合が多い。そのため、ごみ処理施設は昔からあった場所(既得権のように)、また山間部・海岸の埋立地等輸送するのに不利な位置に建設されている。このようなごみ処理施設にLocation問題を適用するには次の疑問点がある。

1. ごみ処理施設は、対象地域の任意の地点に設置できない。
2. ごみ処理施設は既に設置されており、Location問題を考える必要がない。

しかしながら、ごみ処理施設の合理的な数と位置を知ることが、現実の不合理性の程度を知ることとなる。また、広域で共同施設として建設されることが多くなっている現状から、Location問題を扱うことは今後必要性が高まり有益な問題であると考えられる。

3-4 清掃事業の費用

3-4-1 清掃事業費の内訳

清掃事業の経費は、種々の要素から構成されている。清掃事業を大きく4つの部分、収集、処理、処分、管理部門に4分割し、それぞれの経費を求めたものが図-18(川崎市)である。

図-18によると、清掃事業費全体のほぼ90%を処理経費と収集経費が占めている。このように収集経費・処理経費の清掃事業費に占める割合が大きいが、ごみ処理施設をLocation問題として扱う場合に評価する総費用としても収集経費・処理経費が支配的である。そこで、収集部門・処理部門の内訳を図-19、図-20に示す。

収集経費の構成要素は、人件費・車輛費(消耗品・燃料費・修繕費・保険料)・減価償却などである。この収集経費とは、ごみを収集車に積み込み、ごみ処理施設へ輸送・運搬する作業に必要な費用である。この経費の80%近くが人件費によって占められている。人件費は作業の量と質によって決まる作業時間に関するものと考えられる。したがって、ごみ処理施設の合理的な配置を考え、輸送時間を少なくすることは有益である。

処理経費の構成要素は、人件費・ごみ処理施設の運転管理費(燃料費・修繕費)・減価償却などである。この部門では、人件費と減価償却の割合が等しいことが指摘される。この部門では収集部門に比較して、施設の投資費用が大きいことを反映している。

ごみ処理施設のLocationを行うにあたって評価すべき総費用として、清掃事業費の大きな割合を占める収集経費と処理経費を考えればよい。そこで、ごみ処理施設の費用と、ごみの輸送費用について述べる。ごみの輸送費は、収集作業をmodel化して導びいた平均公式を用いて、輸送

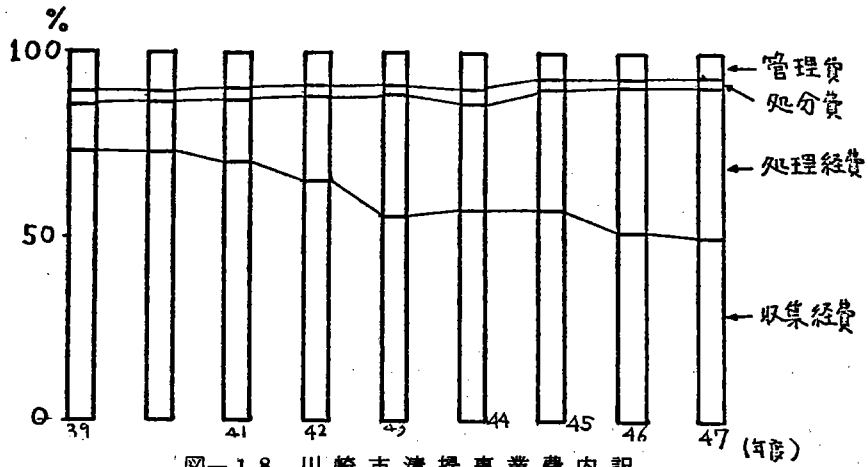


図-18 川崎市清掃事業費内訳

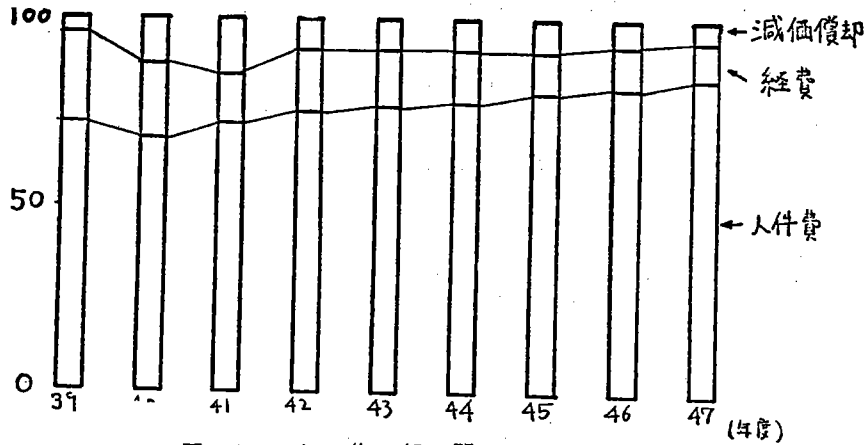


図-19 収集部門の内訳

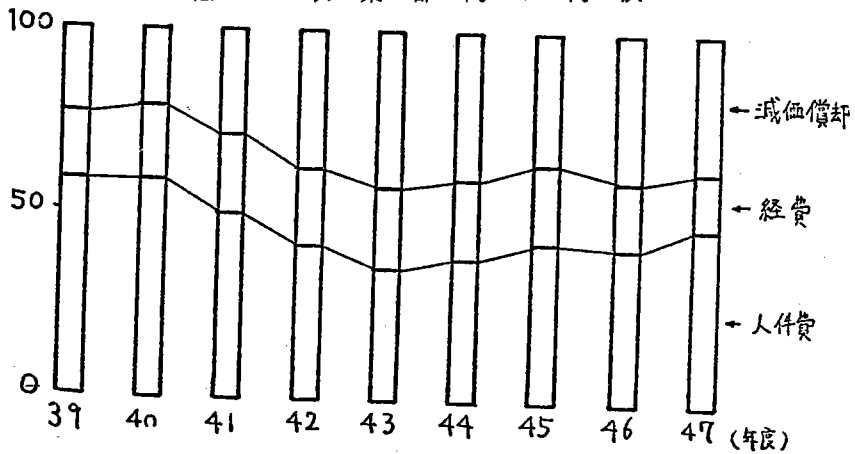


図-20 処理部門の内訳

時間に時間に関して線型であることを述べている。

3-4-2

ごみ処理施設を設置する投資的費用として、土地購入費・整備費施設建設費がある。一般にごみ処理施設には scale economy があると言われ、大容量の施設設置の理由としている。

施設を箱のようなものの集合とし、その表面積に建設費が比例すると考えれば、建設費は容量の $2/3$ 乗に比例すると考えられる。単位処理量当りの建設費は、容量の $-1/3$ 乗に比例することになる。しかし、図-21に示すようにごみ処理施設には scale economy が存在しないようであり、むしろ、施設に対する投資的費用は、処理量に対して線型と見た方が妥当である。そこで、施設費を線型と見なせば、Location問題として輸送費用のみを考慮すればよいことになる。

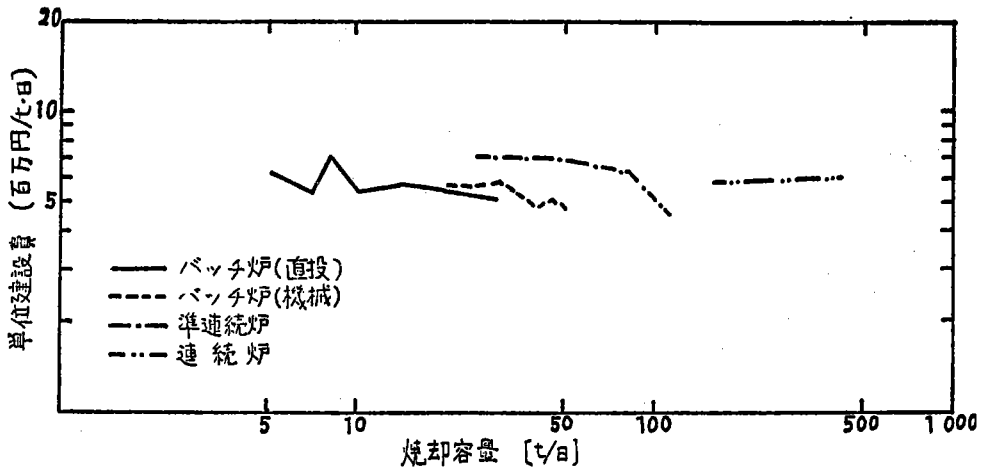


図-21 焼却炉の単位建設費(昭和50年度)

3-4-3 ごみ輸送費用

ごみの収集作業をmodel化して得られた平均公式(3・1)を利用して、ごみの輸送費について考える。

$$Q = \frac{C \{ T - (t_2 + t_3 + t_4 + t_5) \}}{C \cdot P + \left(\frac{C}{g} - 1 \right) t_1 + t_2 + t} \quad (3 \cdot 1)$$

Q : 1車1日収集量

T : 1日の拘束時間

C : 収集車両の容量

P : 単位量当りの積みこみ時間

g : 集積所のごみ量

t₁ : 集積所間の移動時間

t₂ : 車庫から最初の集積所までの時間

t₃ : 昼食・休憩時間

t₄ : 休息時間

t₅ : 洗車, 入浴, 報告などの時間

t₆ : 処理場での時間

t : 処理場までの往復運搬・輸送時間

{ T - (t₂ + t₃ + t₄ + t₅) } は実際の作業時間, { C · P + ($\frac{C}{g}$ - 1) t₁ + t₂ + t } は1作業時間(ごみを車両容量まで積み, 処理場まで往復する時間)である。

収集を要する世帯数, Fを持つ収集対象地域, Dを考える。この収集地域をn個に分割した小収集地域をD_i (i = 1, 2, ..., n), その世帯数をF_iとし, それぞれの小収集地域から処理場までの往復運搬・輸送時間をt_iとし, これを定数と見なせるとする。このとき, (3・1)式が成り立つと考える。すなわち, D_iは少なくとも1車1日分の収集量と考える。

次に, f₁を1車(1回)容量に相当するごみを排出する世帯数, g₁を1世帯当りのごみ量, H_iをD_iに対する作業回数, Q_iをD_iにおける1車1日収集量とすると, (3・2)式が成り立つ。

$$Q_i = H_i \cdot f_1 \cdot g_1 \quad (3 \cdot 2)$$

f_{v_i}を1台の車両によって1日に収集するD_iの世帯数とすると, (3・3)式が成り立つ。

$$Q_i = f_{v_i} \cdot g_1$$

さらに, f₁ · g₁ = Cであるから公式(3・1)式は, (3・4)式に変形される。

$$f_{vi} = \frac{T - (t_2 + t_3 + t_4 + t_5)}{(g_1 \cdot P + \frac{t_1}{h}) f_1 + t_0 + t_i} \cdot f_1 \quad (3 \cdot 4)$$

h : 1つの集積場所にごみを持ち出す世帯数

そこで、 $a = \{ T - (t_2 + t_3 + t_4 + t_5) \}$ 、 $b = \{ (g_1 \cdot P + \frac{t_1}{h}) f_1 + t_0 + t_i \}$ と置き、 a 、 b を定数とすると、(3・5)式となる。

$$f_{vi} = \frac{a}{b + t_i} \quad (3 \cdot 5)$$

D_i の1世帯当りの車両数 V_{fi} は、 F_{vi} の逆数で与えられるから、(3・6)式となる。

$$V_{fi} = \frac{1}{f_{vi}} = \frac{b + t_i}{a} \quad (3 \cdot 6)$$

したがって、 D に要する車両数 N は、(3・7)式となる。

$$N = \sum_{i=1}^n V_{fi} F_i = \frac{1}{a} \{ b \cdot F + \sum F_i \cdot t_i \} \quad (3 \cdot 7)$$

D の1世帯に要する車両数 $V_f = \frac{N}{F}$ は(3・8)式で表わされる。

$$V_f = \frac{1}{a} \left\{ b + \frac{\sum F_i \cdot t_i}{F} \right\} \quad (3 \cdot 8)$$

(3・9)式において、 $\sum F_i \cdot t_i / F$ は、 D における平均(往復)運搬・輸送時間を表わすから、ある収集対象地域の1世帯当りの必要車両数は平均運搬・輸送時間の一次式で与えられる。

収集量は車両数に比例すると考えられるから、1世帯当りの必要車両数ばかりでなく、単位収集費は平均運搬・輸送時間の1次式で表わされ、ごみの運搬・輸送費用は平均輸送時間と線型となる。

4-1 問題の設定

ある対象地域(主として市町村の行政区域)より発生するごみを収集・輸送するにあたり、ごみ処理施設を地域のどの地点に設置すれば経済合理性を満足するかという問題を考える。ここでは、2-3で述べたように、ごみの地域分布は1年を通じて安定しているので、ごみ量として年平均日発生量を考えている。また、施設費用を考慮せずに、輸送費用を最小にする地点を求める。

3-4-3で述べたように、輸送費用は輸送時間に関して一様かつ線型であることを前提とす

る。n個のごみ発生点から1つの処理施設に輸送する場合(図-22)の輸送費用は、(4・1)式で表わされる。この輸送費用を最小にするには、総輸送距離を最小にする地点にごみ処理施設を設置すればよい。

$$C_t = a \times \sum_{i=1}^n t_i \quad (4 \cdot 1)$$

C_t : 輸送費用 (円)

a : 単位時間当りの輸送費用 (円/h)

t_i : i点よりごみ処理施設までの輸送時間(h)

実際のごみ輸送は、各収集車両がある面積をもった地域から発生のごみを収集し、容量いっぱい収集するとごみ処理施設まで輸送する。1つの収集地域より W_i のごみが発生した場合、容量 g の収集車両が輸送する回数 N_i は、(4・2)式で表わされる。輸送費用は、(4・3)式となる。

$$N_i = \frac{W_i}{g} \quad (4 \cdot 2)$$

$$C_t = a \times \frac{1}{g} \times \sum_{i=1}^n t_i W_i \quad (4 \cdot 3)$$

N_i ; 収集車の輸送回数

g : 収集車の容量 (t)

W_i : i収集地域のごみ発生量 (t)

この場合には、 $\sum_{i=1}^n t_i W_i$ を最小とする地域が、施設を立地させる最適点となる。

次に複数のごみ処理施設を設置する場合を考える。(図-23)。ごみの発生地区をn個 P_1, P_2, \dots, P_n とし、 W_1, W_2, \dots, W_n のごみが発生するものとする。そこにm個のごみ処理施設を設けるには、対象地域をm個の地域に分割し、それぞれに1個ずつ施設を配置すればよい。ごみの発生する地区(以下これをzoneと呼ぶ。) P_1, \dots, P_n は、m個の地域(以下これをBlockと呼ぶ) Q_1, Q_2, \dots, Q_m のどれか1つに含まれる。この場合の輸送費用は(4・4)式で表わされる。

$$C_t = a \times \frac{1}{g} \times \sum_{j=1}^m \sum_{i \in Q_j} t_{ij} W_i \quad (4 \cdot 4)$$

P_i : ごみの発生する zone $i = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$

Q_j : 対象地域をm個に分割したBlock $j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m$

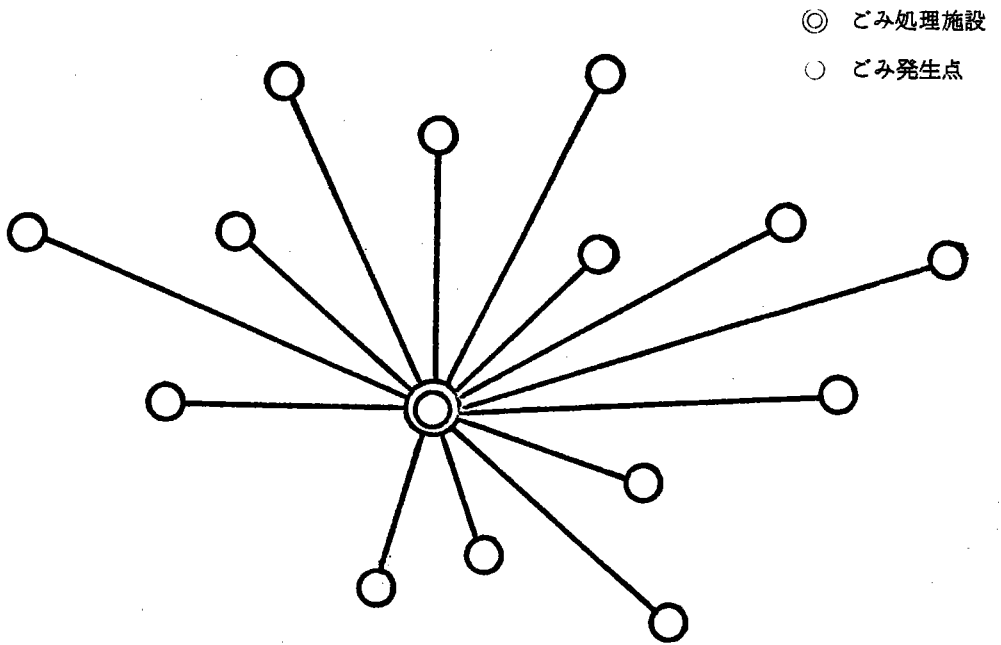


図-22 1つの処理施設に輸送する場合

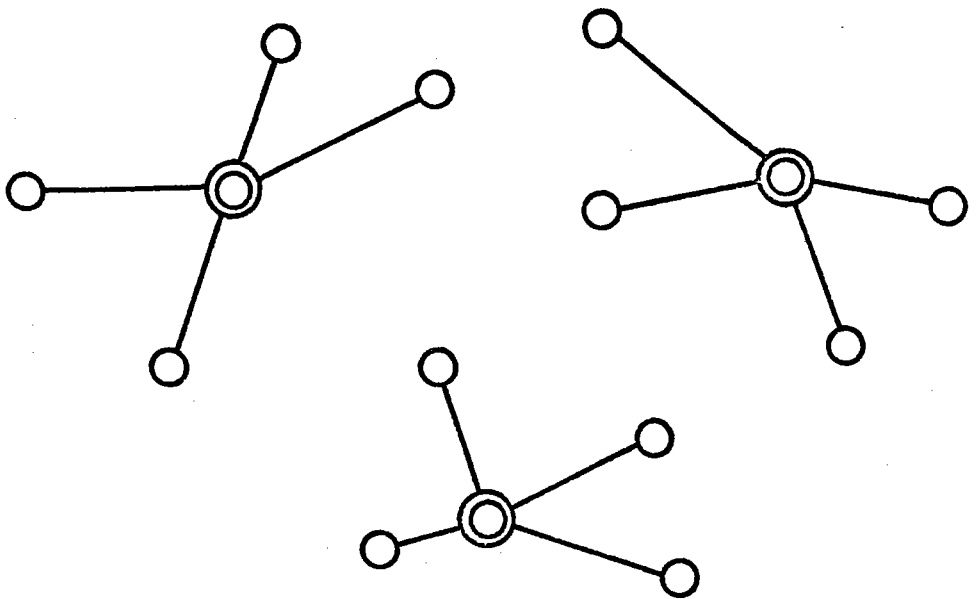


図-23 複数の処理施設に輸送する場合

t_{ij} : zone P_i より, Block Q_j に設置されたごみ処理施設までの輸送時間

この場合の輸送費用を最小にするには, $\sum_j \sum_{P_i \in Q_j} t_{ij} W_i$ を最小にする最適点を m 個決定すればよい。ただし, 1つの zone より発生するごみは, 分割して複数の処理施設には輸送しない。

解法は, 対象地域を zone に分割し, network 化した model を利用して行う。しかし, すべての zone 間の輸送時間を求めることは困難なので, 収集車両の平均輸送速度 V を仮定して, 輸送時間を輸送距離に変換を行う。輸送時間・輸送距離・輸送速度の関係は (4.5) 式で表わされ, これを利用して輸送費用を輸送距離に関する形に変換したものが (4.6) 式である。

$$V \times t_{ij} = d_{ij} \quad (4.5)$$

$$C_t = \alpha \times \frac{1}{g} \times \frac{1}{V} \times \sum_j \sum_{P_i \in Q_j} d_{ij} W_i \quad (4.6)$$

したがって, 輸送費用を最小とする m 個のごみ処理施設配置の最適点を求めることは, 以下の問題を解くことと同値であるといえる。

「ごみの総輸送距離 $\sum_j \sum_{P_i \in Q_j} d_{ij} W_i$ を最小とする地点を m 個決定する。」

ごみ処理施設を配置するため上記の問題を解く方法について述べる。

(4.6) 式を行列で表示すると (4.7) 式となる。

$$C_t = a' \cdot D X' \quad (4.7)$$

$$\text{ただし, } \sum_{j=1}^n x_{ij} = W_i \quad \text{かつ} \quad x_{ij} = W_i \text{ or } 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = \sum_{P_i \in Q_j} x_{ij}$$

D は各 node pair 間の距離を表わす $n \times n$ の距離行列である。 X は各 node pair 間を輸送したごみ量を表わしている。列和は node からの発生量であり, 列の要素は W_i か 0 のどちらかの値をとる。これは, 1つの node から発生するごみを複数の施設へ輸送しないからである。また行和は, もしその node に施設が配置されればごみの集積量, もし配置されなければ 0 となる。

解法の手順は, 次の 3 つで構成されている。

1. 対象地域を zone に分割し, network で表わす。
2. network 上の各 node pair 間の最短経路を求め, $n \times n$ の距離行列を得る。
3. 輸送距離を最小にする最適点を決定する。

手順 1 は手作業によって行い, 手順 2・3 は computer (FACOM 230-45 S, HITAC 8800

- 8700)を用いて計算を行った。

4-2 対象地域の network 化

4-2-1 zone の分割

対象地域を zone に分割することは後の計算過程を決定する重要な手順である。基礎 data (人口・面積・経路・商店数など)によって分割の方法も異なる。分割を行うにあたっては、基礎 data の入手が簡単で、かつ計算の行い易いように分割するのが好ましい。今回は、zone 分割を次の2つの方法で行っている。それぞれ利点と欠点を有し、対象地域に応じて取捨選択した。

1. mesh 分割法
2. 等発生量分割法

1の mesh 分割法は、対象地域を広さに応じて適当な mesh (500~5000) に切り、各々の mesh を1つの zone とし、ごみ発生量 W_i を推定することによって輸送距離を計算する方法である。この方法は分割するのが非常に楽であり、zone の面積が一定となり node が対象地域に均等に配分されるという利点があるが、link 長を mesh 間隔とするため、輸送距離の等しい node pair が多く生じ計算途中で tie が生じる機会が多くなる。tie の処理の方法によっては、最適解を与えない場合がある。

2の等発生量分割法は、各 zone の発生量 W_i が等しくなるように分割する方法である。この方法によると各 zone のごみ発生量が等しいことから輸送費用は輸送距離のみに依存し、輸送費用の計算が簡単となる。また link 長を地図上で実際の道路長を測定した値を採用しているため、計算途中で tie も生じにくい。しかし、発生量を zone ごとに等しく分割するのは困難であり、近似的に等しいとするか、仮定する以外にない。各 zone の発生量を等しいとすると、(4.6)式は次のようになる。

$$C_t = \alpha \times \frac{1}{g} \times \frac{1}{V} \times W \times \sum_j^m \sum_i P_i c_{ij} d_{ij} \quad (4.6)'$$

また(4.7)式における x_{ij} は次のようになる。

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1$$

$$x_{ij} = 1 \text{ or } 0$$

したがって x_{ij} は, node i より node j までごみを輸送すれば1しなければ0となる。

4-2-2 network化

対象地域を zone に分割し network 化するわけであるが, zone を代表する点をそれぞれの zone で決定する。この点は mesh 分割した場合は mesh の中心, 等発生量に分割した場合は zone の中心近傍かつ道路上とした。

network 化するために次の3つを定義した。

1. zone を node で表わす。
2. 輸送路を link とする。
3. zone 間の距離は zone 代表点間の距離とする。(link 長)

この定義に従って対象地域を network 化し, さらに計算を行うために次の4つを仮定する。

1. ごみはすべて node より発生する。(link 上では発生しない。)
2. ごみ処理施設は node に位置し, この node を center もしくは center-node と呼ぶ。
(Hakimi の定理によって保証されている。)
3. 輸送される経路は, node 間の最短経路である。
4. center-node より発生するごみの輸送距離は0である。

以上の仮定により, ごみの発生・集中は node だけとなる。

4-3 距離行列

距離行列は(4・7)式におけるDであり, 輸送問題の費用表に対応するものである。前述の仮定3と4に従い, 各 node pair 間の最短距離を求めるため, Dantizの方法を用いている。

Dantizの方法は, 出発 node P_0 より順次最短距離の node を1個ずつ末広がり的に見つけ, 最短 tree を求める方法である。

出発 node P_0 より k 番目に近い node P_k までの最短距離は(4・8)式の関係がある。

$$L_k = \min (L_i + \frac{d(P_i, P_k)}{P_{i \in S} \quad P_{k \in S}}) \quad (4 \cdot 8)$$

L_k : 出発 node P_0 より k 番目に近い node P_k までの最短距離

S : labelingされた node の集合

\bar{S} : labeling されていない node の集合

順次 step を追っていくと次のようになる。

step 0. 与えられた network で link によって直接結ばれていない node pair の距離 $d(P_i, P_j) = \infty$ と置く。

step 1. $L_0 = d(P_0, P_0) = 0$ とし (仮定 4), P_0 を集合 S に label する。さらに P_0 に入る link すべてを ∞ とする。

step 2. node P_0 より最短の node P_1 を求め $L_1 = d(P_0, P_1)$ とし, P_1 を集合 S に label する。 P_1 に入る link をすべて ∞ とする。

step 3. 集合 S に含まれるすべての node より最短の node を求め $\min_{P_i \in S} (L_i + d(P_i, P_j))$ を満足する node P_j を集合 S に label する。 P_j に入る link をすべて ∞ とする。

step 4. すべての node が集合 S に label されるまで step 3 を繰り返す。

以上の方法を実際に行った過程を図-24 に示す。

このようにすべての node pair 間の最短距離を求めることにより距離行列 D が得られる。しかし、各 node の発生量 W_i を考慮する場合にはごみ量 W_i の重みづけした距離行列を考えなくては行けない。重みづけした距離行列 D_1 とただの距離行列 D_0 は次の関係となる。

$$D_0 \times W = D_1 \quad (4 \cdot 9)$$

ここに

$$D_0 = \begin{pmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & d_{ij} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{1n} & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix} \quad W = [W_1 \ W_2 \ \cdots \ W_n]$$

$$D_1 = \begin{pmatrix} d_{11}W_1 & \cdots & d_{1n}W_n \\ \vdots & d_{ij}W_i & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{1n}W_1 & \cdots & d_{nn}W_n \end{pmatrix}$$

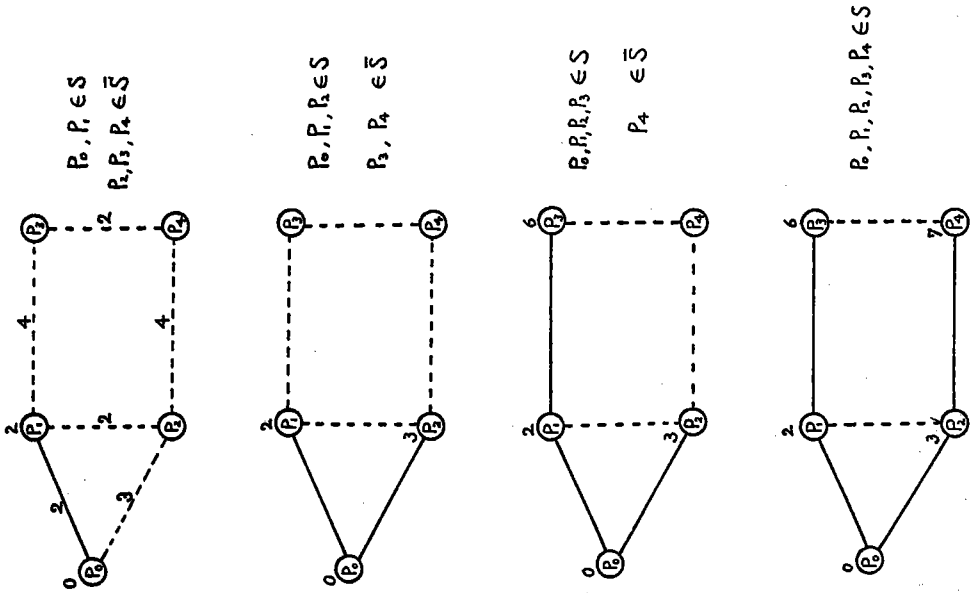


図-24 最短経距離を求める過程

4-4 Algorithm

ここに述べる Algorithm は、Teiz-Bart の与えた Algorithm と基本的には同じである。4 節では、(1)において network の部分集合 Q_j における新しい center の定義について述べ、さらに Hakimi の定理を加え仮定 2 を説明している。(2)において基本の Algorithm を step ごとに追ひ、(3)ではその Algorithm の性質を述べている。最後に(4)において、簡単な network を例として最適解を与える場合と与えない場合について説明している。

4-4-1 center-node

network の任意の部分集合 Q_j に 1 つの center を設ける場合、すべての node までの距離の総和が最小となる地点に設ける必要がある。仮定 2 に従って node に位置するものとすれば (4 · 10) 式で新しい center-node P_h は表わされる。

$$\sum_{P_i \in Q_j} d_{ih} \leq \sum_{P_i \in Q_j} d_{il} \quad (4 \cdot 10)$$

ただし、 $P_h, P_l \in Q_j$ である。

しかし、すべての node より距離の総和が最小となる地点が node 上ではなく link 上にあれば、仮定 2 は意味を持たなくなる。そこである network P を考え、これに含まれる node, link 上のすべての地点に center が位置することを可能とすると (4.10) 式は (4.10)' と表わすことができる。ただし、network P の node 数は n 個とする。

$$\sum_{i=1}^n d_{ih} w_i \leq \sum_{i=1}^n d_{ij} w_i \quad (4.10)'$$

ただし、 h, j は network P の任意の地点

そこで h という地点が link 上にあるとする。

link の両端を node P_1 , node P_2 とし h 点までの距離を l_1 , l_2 とし link 長 $l = l_1 + l_2$ とする。 h 地点に輸送するには、node P_1, P_2 を必ず通過しなくてはならない。node P_1 を通過する量を w_1 , node P_1 までの輸送距離の和を t_1 , node P_2 について同様に w_2 , t_2 とする。 h 地点までの輸送距離の総和 T は次式で表わされる。

$$T = t_1 + t_2 + w_1 l_1 + w_2 l_2$$

次に node P_1, P_2 を center とした場合の輸送距離の総和 T_1, T_2 は、

$$T_1 = t_1 + t_2 + w_2 l$$

$$T_2 = t_1 + t_2 + w_1 l$$

case 1 $w_1 \geq w_2$ の場合

$$T - T_1 = w_1 l_1 + w_2 l_2 - w_2 l$$

$$= l_1 (w_1 - w_2) \geq 0$$

$\therefore T \geq T_1$ となり (4.10)' に反する。

case 2 $w_1 < w_2$ の場合

$$T - T_2 = w_1 l_1 + w_2 l_2 - w_1 l$$

$$= l_2 (w_2 - w_1) > 0$$

$\therefore T > T_2$ となり (4.10)' に反する。

したがって center は link 上ではなく node 上に存在する。これが Hakimi の第 1 定理である。以下に Hakimi の第 1 定理と、Hakimi による証明を示している。Hakimi は最適の center を median と呼んでおり、1 つの center の場合を absolute median, 複数の center を P-median (P 個の center) と呼んでいる。

< Hakimi の第 1 定理 >

network の absolute median (一個だけの center) は、常にその network のある node

と一致する。

— 証 明 —

x_0 を network P 上の任意の点とし、

$$x_0 \ni P_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

とするとき、

$$\sum_i W_i d(P_i, P_m) \leq \sum_i W_i d(P_i, x_0)$$

なる P の node P_i が存在することを証明する。

P のある link, $b(P_s, P_t)$ 上にあるとすると、次式が成り立つ。

$$d(P_i, x_0) = \min[d(x_0, P_s) + d(P_s, P_i), d(x_0, P_t) + d(P_t, P_i)]$$

x_0 から、各 node までの距離を求める場合、 x_0 から P_s あるいは P_t のいずれかを通ることから、各 node を 2 つの組に分割しそれぞれの組ごとに一連の番号をつける。

$$d(x_0, P_{i_h}) = d(x_0, P_s) + d(P_s, P_{i_h}) \quad h = 1, 2, \dots, n$$

$$d(x_0, P_{i_h}) = d(x_0, P_t) + d(P_t, P_{i_h}) \quad h = r+1, r+2, \dots, n$$

すると、

$$\begin{aligned} \sum_i W_i d(P_i, x_0) &= \sum_{h=1}^n W_{i_h} [d(x_0, P_s) + d(P_s, P_{i_h})] \\ &\quad + \sum_{h=r+1}^n W_{i_h} [d(x_0, P_t) + d(P_t, P_{i_h})] \quad (1) \end{aligned}$$

これを 2 つの場合に分ける。

$$\text{case (a)} \quad \sum_{h=1}^n W_{i_h} \geq \sum_{h=r+1}^n W_{i_h}$$

$$\text{case (b)} \quad \sum_{h=1}^n W_{i_h} < \sum_{h=r+1}^n W_{i_h}$$

case (a) の場合

$$d(x_0, P_t) + d(x_0, P_s) = d(P_s, P_t)$$

であるから,

$$d(x_0, Pt) = d(Ps, Pt) - d(x_0, Ps)$$

となり, これを (1) に代入すると,

$$\begin{aligned} \sum_i W_i d(P_i, x_0) &= \sum_{k=1}^r W_k [d(x_0, Ps) + d(Ps, P_k)] \\ &\quad + \sum_{k=r+1}^n W_k [d(Ps, Pt) - d(x_0, Ps) + d(Pt, P_k)] \end{aligned} \quad (2)$$

$d(Ps, Pt) + d(Pt, P_k) \geq d(Ps, Pt)$ であるから, ($k = r+1 \dots n$)

$$\begin{aligned} \sum_i W_i d(x_0, P_i) &\geq \sum_{k=1}^r W_k [d(x_0, Ps) + d(Ps, P_k)] \\ &\quad + \sum_{k=r+1}^n W_k [d(Ps, Pt) - d(x_0, Ps)] \end{aligned} \quad (3)$$

これを变形して,

$$\sum_i W_i d(P_i, x_0) \geq \sum_i W_i d(Ps, P_i) + \left[\sum_{k=1}^r W_k - \sum_{k=r+1}^n W_k \right] d(Ps, x_0)$$

すなわち, $\sum_i W_i d(P_i, x_0) \geq \sum_i W_i d(Ps, P_i)$

case (a) の場合は証明された。

case (b) の場合も同様に次式が導かれ証明される。

$$\sum_i W_i d(P_i, x_0) > \sum_i W_i d(Pt, P_i)$$

証 明 終 り

4-4-2 基本のAlgorithm

計算は初期値として, m 個の center を指定することから始まる。 n 個の node はすべて最短の center と結ばれることによって m 個の Block Q_j ($j=1, \dots, m$) に分割される。その Block Q_j 内で先に述べた方法で新しい center を決定する。これを center が収束するまで繰り返す。

Step 0. 初期値として任意に m 個の node x_1, x_2, \dots, x_m を center に指定する。

Step 1. すべての node p_1, p_2, \dots, p_n を最短の center node に結合させ, Block Q_1, \dots, Q_m に分割する。

$$Q_k = \{P_i | d(x_k, P_i) \leq d(x_j, P_i) \text{ for all } j\}$$

Step 2. Block Q_j に属する node $P_i \in Q_j$ を一つずつ x_j に換えて, P_i を center として, それぞれの輸送距離を計算する。

Step 3. 輸送距離が最小となる node x'_j を x_j に換えて, 新しい center とする。

$$\sum_{P_i \in Q_j} d(x'_j, P_i) w_i \leq \sum_{P_i \in Q_j} d(P_l, P_i) w_i \quad \text{for all } l$$

Step 4. x_j と新しい center x'_j が同じになるまで Step 1. より繰り返す。

以上が解法を Step ごとに示したものであり, また Flow-chart を図-25 に示す。

Step 1. で tie が生じた場合は, 次の3つの処理方法があり network に応じて採用している。

1. node 番号の若い node を優先する。
2. node 番号の大きい node を優先する。
3. 乱数列等を利用して無作為に決定する。

また, Step 3. において tie が生じた場合は, 集合 V_m に属していない node を新しい center として優先するが, center の変化は集合 V_m に属している node によって判定する。これは, tie が生じることによって最適解を与えない場合が生じるのを防ぐためである。

*註 集合 V_m とは m 個の center-node の集合である。

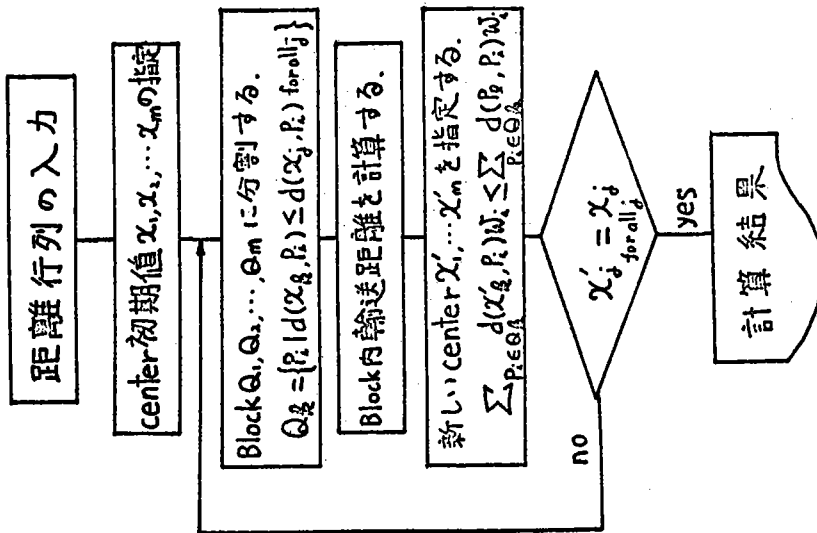


図-25. Algorithm の Flow chart

4-4-3 Algorithmの性質

このAlgorithmには2つの性質がある。network Pはn個のnodeをもち、このnetwork上にm個の施設を設ける場合を考えている。

<性質1>

networkの部分集合 R_1, \dots, R_m を、 x_1, \dots, x_m をcenterとする、任意のBlockとする。もし、 x_1, x_2, \dots, x_m をcenterとするBlock Q_1, Q_2, \dots, Q_m がstep 1で決定されるならば(4.11)を満足する。

$$\sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in Q_j} d(P_i, x_j) W_i \leq \sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in R_j} d(P_i, x_j) W_i \quad (4.11)$$

説明 A_j, B_j, B'_j を次のように考える。

$$A_j = Q_j R_j \quad B_j = R_j - Q_j \quad B'_j = Q_j - R_j$$

よって、 $A_j B_j = \emptyset \quad A_j B'_j = \emptyset \quad UB_j = UB'_j$
となる。

(4.12)を A_j, B_j, B'_j を用いて変形すると

$$\begin{aligned} D &= \sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in R_j} d(P_i, x_j) W_i - \sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in Q_j} d(P_i, x_j) W_i \\ &= \sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in B_j} d(P_i, x_j) W_i - \sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in B'_j} d(P_i, x_j) W_i \end{aligned}$$

そこで、 $P_i \in R_j$ なら $h = x_j$ 、 $P_i \in Q_j$ なら $h' = x_j$ とすると、

$$D = \sum_{P_i \in UB_j} d(P_i, h) W_i - \sum_{P_i \in UB'_j} d(P_i, h') W_i$$

$UB_j = UB'_j$ であるから、

$$D = \sum_{P_i \in UB_j} W_i \{d(P_i, h) - d(P_i, h')\}$$

となる。

もし、 $P_i \in B'_j$ とすると、 $h' = x_j$ 、 $h = x_l$ である。

x_j はstep 1で決定されるので、

$$d(P_i, x_l) - d(P_i, x_j) \geq 0$$

$$\therefore D \geq 0$$

$$\therefore \sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in Q_j} d(P_i, x_j) w_i \leq \sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in R_j} d(P_i, x_j) w_i$$

この性質1は、Hakimi の第2定理と呼ばれているものである。

<性質2>

center x_j を新しい center x'_j に置き換えることによって次のことが言える。

$$\sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in Q_j} d(P_i, x'_j) w_i \leq \sum_{j=1}^m \sum_{P_i \in Q_j} d(P_i, x_j) w_i \quad (4 \cdot 12)$$

説明

これは step 4 の定義であるから明らかである。

以上の2つの性質により、基本の Algorithm によって決定される center は、輸送距離を増加させない node を新しい center として決定していることになる。

4-4-4 簡単な例

a. 最適解を与える場合

図-26 に示した node 数7個の network について考えてみる。求める center-node は2個とする。距離表(距離行列)は表-3 に示した値とする。各 node のごみ発生量はすべて1に仮定する。

- ① center の初期値を node 1, node 2 とする。
- ② step 1 に従って node 1 を center とする Block 1, と node 2 を center とする Block 2, に分割する。(図-27)

$$Q_1 = \{ P_i | l_i = 1, 3 \}$$

$$Q_2 = \{ P_i | l_i = 2, 4, 5, 6, 7 \}$$
- ③ Block 1, 2 のそれぞれに含まれる node を center と仮定した場合の輸送距離を表-4 に示す。
- ④ Block 1 では node 1 と 3 が tie を生じているので center でない node 3 を新しい center とする。Block 2 では node 5 が最小であるので, node 5 を新しい center とする。
- ⑤ さらに step 1 に従って node 3, node 5 を center とする, Block 1, 2 に分割する。(図-28)

$$Q_1 = \{ P_{li} \mid i = 1, 3, 4 \}$$

$$Q_2 = \{ P_{li} \mid i = 2, 5, 6, 7 \}$$

⑥ Block 1, 2 の node を center と仮定した場合の輸送距離を表-5 に示す。

⑦ Block 1 では node 3 が, Block 2 では node 5 が最小値を示している。したがって center は変化しない。これによって, node 3, node 5 が最適の center であり Block 分割は, 図-28 で示される。

$$Q_1 = \{ P_{li} \mid i = 1, 3, 4 \}$$

$$Q_2 = \{ P_{li} \mid i = 2, 5, 6, 7 \}$$

この結果は, $\tau C_2 = 21$ 通りの場合を計算して求めた最適解と同じである。

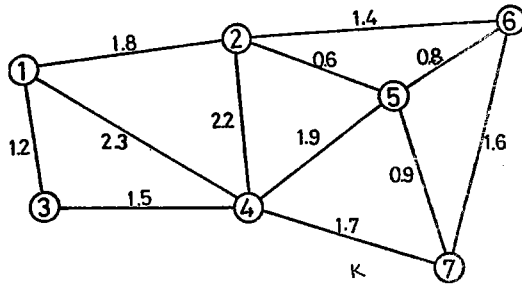


図-26 7 node の network

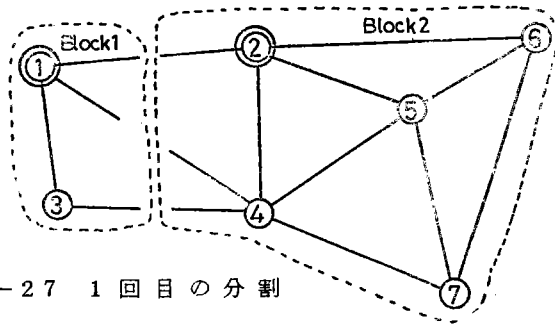


図-27 1 回目 の 分 割

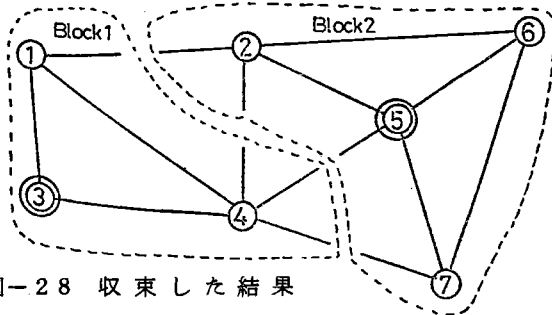


図-28 収束した結果

表-3 node間の距離表

node	1	2	3	4	5	6	7
1	0.0	1.8	1.2	2.3	2.4	3.2	3.3
2	1.8	0.0	3.0	2.2	0.6	1.4	1.5
3	1.2	3.0	0.0	1.5	3.4	4.2	3.2
4	2.3	2.2	1.5	0.0	1.9	2.7	1.7
5	2.4	0.6	3.4	1.9	0.0	0.8	0.9
6	3.2	1.4	4.2	2.7	0.8	0.0	1.6
7	3.3	1.5	3.2	1.7	0.9	1.6	0.0

表-4 第1回目の輸送距離

node	Block 1	Block 2
1	1.2	—
2	—	5.7
3	1.2	—
4	—	8.5
5	—	4.2
6	—	6.5
7	—	5.7

表-5 収束した結果の輸送距離

node	Block 1	Block 2
1	3.5	—
2	—	3.5
3	2.7	—
4	3.8	—
5	—	2.3
6	—	3.8
7	—	4.0

b. 最適解を与えない場合

図-29に示したnode数7個のnetworkについて考える。求めるcenter-nodeは2個とする。距離表は表-6に示す。

centerの初期値をnode 1, node 2とする。aにおけると同様に順次図-29, 30, 31, 32に結果を示す。またその時の輸送距離をそれぞれ表-7, 8, 9に示す。しかし、最終的に得られた結果node 2, node 4をcenterとして分割した結果の図-31は最適解を与えてい

ない。最適解を図-32に示した。

このように、このAlgorithmは最適解を与えない場合がある。これは node 3 と node 4 を結ぶ link が isthmus link と呼ばれるもので、この link を取ると network を 2 つの結合されない network に二分される。このような link がある場合は最適解を与えない場合がある。しかし、center の初期値として node 3, 6 とすると最適解を与える。center 初期値の指定には、充分注意する必要があり、また収束するための計算回数をも左右する。

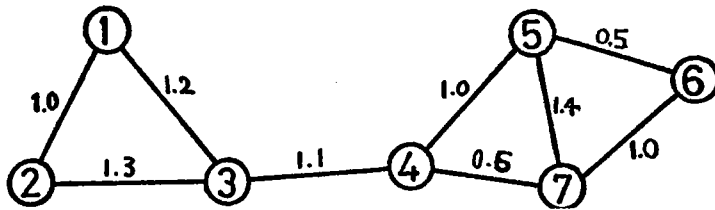


図-29 7 node network

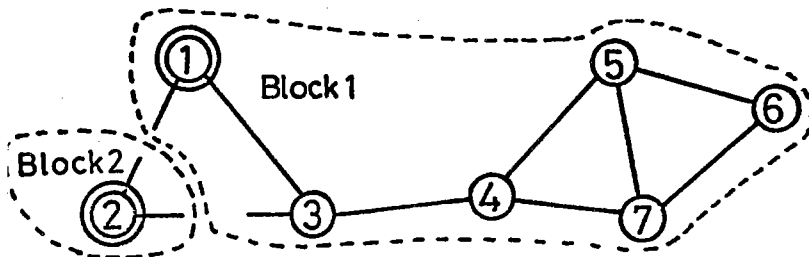


図-30 第1回目の分割

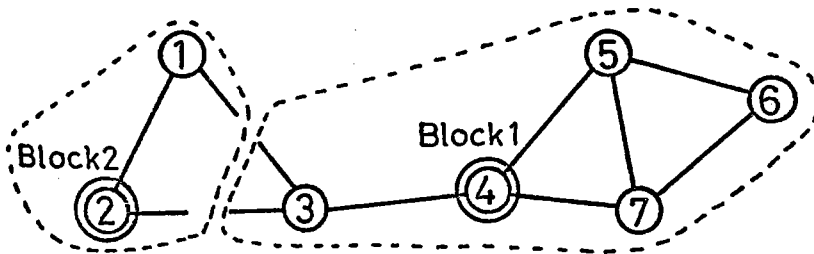


図-31 収束した結果

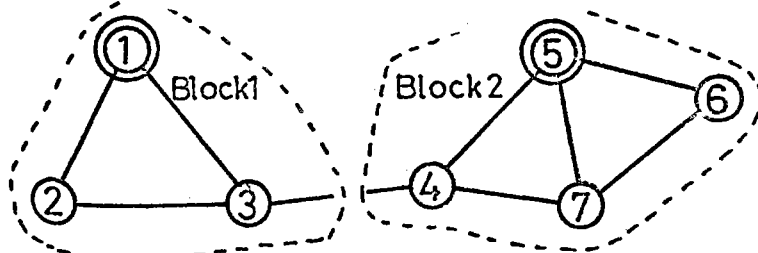


図-32 最適の地域分割

表-6 node間の距離表

node	1	2	3	4	5	6	7
1	0.0	1.0	1.2	2.3	3.3	3.8	2.9
2	1.0	0.0	1.3	2.4	3.4	3.9	3.0
3	1.2	1.3	0.0	1.1	2.1	2.6	2.2
4	2.3	2.4	1.1	0.0	1.0	1.5	0.6
5	3.3	3.4	2.1	1.0	0.0	0.5	1.4
6	3.8	3.9	2.6	1.5	0.5	0.0	1.0
7	2.9	3.0	2.2	0.6	1.4	1.0	0.0

表-7 第1回目の輸送距離

node	Block1	Block2
1	13.5	—
2	—	0.0
3	9.2	—
4	6.7	—
5	8.8	—
6	9.4	—
7	8.1	—

表-8 収束した結果の輸送距離

node	Block1	Block2
1	—	1.0
2	—	1.0
3	8.0	—
4	4.2	—
5	5.0	—
6	5.6	—
7	5.2	—

表-9 最適の地域分割の輸送距離

node	Block1	Block2
1	2.2	—
2	2.3	—
3	2.5	—
4	—	3.1
5	—	2.9
6	—	3.0
7	—	2.9

4-5 付加する program

ごみ処理施設の配置を考えるには単に輸送費用を最小にするだけでは不十分である。施設を設置するための投資的費用には、建設費・用地取得費・特殊工事費があり、また施設の管理・運営費もある。これらの費用も考慮する必要がある。また、ごみ収集車両が市街地を通過して輸送することを避ける必要も生じる場合がある。これら現実的要請を加味して実際に近い状況にするために、3つの program を、基本の Algorithm に付加することを考えた。

4-5-1 center - node - weight

ごみ処理施設の設置費には scale meritがないことがわかっている。しかし、ごみ処理施設を設置するための費用を固定費と考え、前述の Algorithm に付加することにより、施設費を考慮することが可能となる。この固定費を center - node - weight (C, N, W と略す。)と呼び、(4・7)式に C, N, Wを加えると次式となる。

$$C = C_t + F = \alpha' D \alpha' + IF \cdot IK \quad (4 \cdot 14)$$

C : 評価費用

C_t: 輸送費用

F, IF: 固定費用, 各 node ごとに評価した固定費の行ベクトル (center - node - weight)

IK : node が center なら 1, それ以外は 0 の列ベクトル

C, N, Wとは各 node ごとにある基準 (施設費・補償費・土地価格・人口密度) によって事前に評価し、その node が center となったとき総費用に付加される値である。実際の計算手段としては、step 2 における輸送距離を費用の形に直しその値に C, N, Wを加えた値を総費用とし、step 3 において総費用が最小となる点を新しい center とする。

C, N, Wを付加することは、線型計画における固定費用と同値のものと考えられる。線型計画で解こうとする場合は、問題の規模が大きくなると計算量が増加し、実用的には不可能となる。C, N, Wを考慮することは、固定費の問題を heuristic に解く 1 つの方法である。

C, N, Wを施設費ではなく、施設立地により地域住民のこうむる換失の評価額、また逆に行政側から住民の反対の度合を表わす値とも考えられる。繁華街・人口密集地・CBD (center business district) を center とすることを避けるため、そのような場所には過大な C, N, Wを負荷することも考えられる。

4-5-2 仮想距離行列

この方法は、Algorithm そのものを換えずに距離行列を操作することにより現状を反映させようとする方法である。

これによりごみ処理施設の設置を避けるべき所が center - node になることを避けたり、輸送路の交通条件をも加味することができる。

具体的な方法としては、人口密度の低い node から人口密度の高い node へごみを輸送する場合には、坂道を登るように考えて、抵抗を加える方法であり、仮想距離は (4・15) 式で表わ

される。

$$d'(P_i, P_j) = d(P_i, P_j) \sec(\theta) \times \frac{a_j - \min(a_k)}{m a \times (a_k) - \min(a_k)} \quad (4 \cdot 15)$$

$d'(P_i, P_j)$: node P_i から P_j までの仮想輸送距離

$d(P_i, P_j)$: node P_i から P_j までの実際の輸送距離

a_j : P_j node の人口密度

θ : 最大傾斜角

$d'(P_i, P_j)$ が仮想輸送距離であり、これを行列表示したものを仮想距離行列と呼ぶ。計算には仮想距離行列によって行う。

4-5-3 容量制限

ごみ処理施設にはそれぞれ容量があり、容量に関する制限を加えるのが一般的である。基本の Algorithm では step 1 において最短の center に輸送することになっている。しかし最短の center が容量いっぱい輸送されていれば他の center に輸送しなくてはならない。

図-33のように、2つのごみ処理施設 A, B、2つの発生点 C, D がある。C, D の発生量 M は等しくごみ処理施設の容量 $C_a = M$ とする。発生点 C, D からの距離が A 点の方が最短とすると、基本の Algorithm では C, D ともに A に輸送することになる。これを容量で制限すると、次の2通りが考えられる。

case 1 C を A, D を B に輸送する。

case 2 C を B, D を A に輸送する。

そこでどちらが輸送距離が小さくなるかを考えると

$\min \{(\overline{CA} + \overline{DB}), (\overline{DA} + \overline{CB})\}$ を求めればよいから差を取ると、

$$(\overline{CA} + \overline{DB}) - (\overline{DA} + \overline{CB}) = (\overline{CA} - \overline{CB}) - (\overline{DA} - \overline{DB})$$

右辺の第一項を L_c 、第二項を L_d とする。

L_c と L_d の大きい方を優先して A と結合すれば、輸送距離を小さくする。

この L_i の大きいものを優先して結合させることを、step 1 にかえて採用し容量の制限を加える。ここで L_i として最短の center と次に近い center との距離差とする。ただし、この方法は等発生量、等容量であることを前提としている。

step 1 に換えて次の 5 step を行う。

step 1 各 node P_1, \dots, P_n より最短の center を CN_1, CN_2, \dots, CN_n とし、次に

A, B ごみ処理施設

C, D ごみ発生点

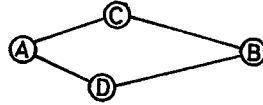


図-33 2つごみ発生点とごみ処理施設の関係

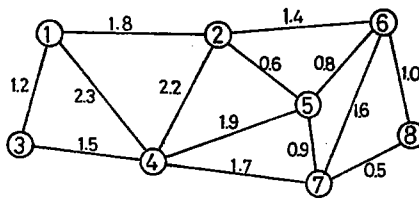


図-34 8 node の network

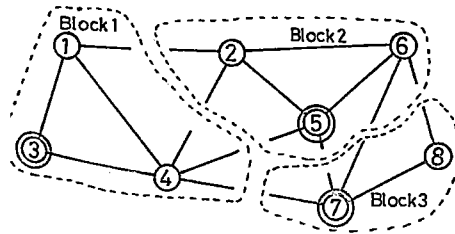


図-35 center に容量制限した場合の地域分割

近い center との距離差を L_1, L_2, \dots, L_n とする。

step 2 L_i の大きいものより順次 Block Q_{CN_i} に属させる。

step 3 center CN_i が容量に達したら, Block Q_{CN_i} を集合 S に含める。

step 4 集合 \bar{S} について step 1 より繰り返す。このとき \bar{S} の部分集合 $Q_{N_i} = \emptyset$ とする。

(ただし \bar{S} の要素は変えない。)

step 5 すべてが集合 S に含まれたら, 基本の Algorithm の step 2 へ戻る。

この方法は, (4.7) 式における X について,

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq C_{aj}$$

という制限を付けたことになる。また $C_a \geq \sum_{i=1}^n \mu_i$ とした場合は Teiz-Bart と同じ結果を与える。

図-34の network について計算した結果を図-35に示す。この方法については、解は収束し、その結果は求められた位置を center として輸送問題を線型計画法で解いた結果と同じである。これは関接費用を計算することによって確認される。

5-1 実際の都市への適用例

5-1-1 川崎市の場合

図-36は川崎市のごみ焼却場の位置を示したものである。川崎市は人口約100万の都市であり、東西に細長く、東部の臨海地域は工場地帯、西部はベッドタウン化した住宅地である。現在稼働中のごみ焼却場が3ヶ所と建設中のものが1ヶ所ある。今回は川崎市を3分割した場合を考えている。

川崎市を2000mの mesh に分割して得られた node 数39個の network を図-37に示す。link 長は mesh 間隔の2000mとしたが、実際の道路の状態を反映させるため一部分3000mとしている。node のごみ発生量はすべて等しいものとし、重みづけをしない距離行列によって計算を行っている。現在稼働中の焼却場は、node 13, 18, 39にある。

図-38は center の初期値として node 8, 16, 24 を採用して得られた位置とその地域分割である。図-39は初期値として node 36, 37, 38 とした結果である。両図を比較すると輸送距離が等しく center が異っている。これは、 $d(8, 16) = d(16, 24) = 11 \text{ Km}$ となっており tie が生じたためである。次に初期値として node 1, 2, 3 とした結果を図-40に示す。これは前述の2図と異なって、最適解を与えていない。これは network 上の link 7-8 が isthmus link となっているためである。

次に、1 node 当りのごみ発生量をほぼ12t/日となるように人口統計を基礎として等量分割法によって得た node 数78の network を図-41に示す。link 長は地図上で道路距離を測定した値を使用している。距離行列は重みづけしていない。焼却場は node 3, 18, 77 である。この network の左側の link 長は、右側に比較して長い。図の右側の人口密度が高く、左側の人口密度が低い地域を、それぞれ等発生量となるように分割したからである。

図-4.2 初期値を1, 45, 88とした結果である。Block 3の1部分は、堤根清掃事務所の管内である。この管内の収集車の収集距離の実績はのべ2800km/日であり、1 node平均のべ9台/日で収集をしている。この管内より発生するごみを、node 60に輸送すると仮定して、networkを利用して試算をした結果約1,200kmとなった。すなわち、node 77にある現在の焼却場をnode 60に移動させることによって、堤根管内より発生するごみを輸送する距離が半分以下となる。

図-4.3 距離行列を(4.15)式による仮想距離行列に変換し、人口密集地を避けるようにした結果である。

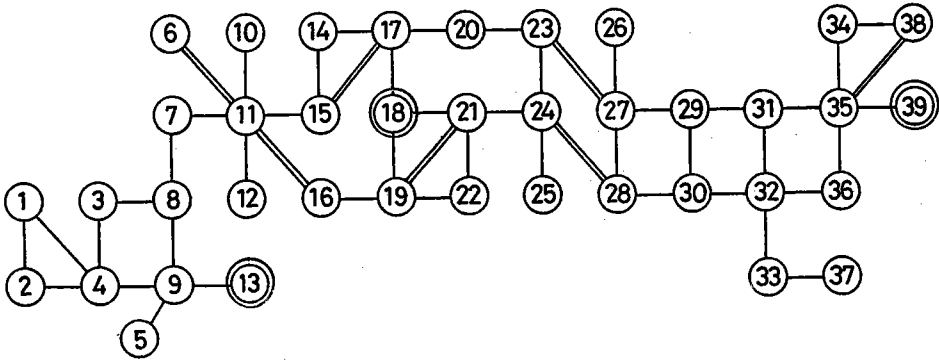
図-4.4, 図-4.5, 図-4.6は、施設費を考慮するために、C, N, Wをそれぞれのnodeに荷した結果である。C, N, Wは、表-10に示すように、人口密度を基準として決定した。したがって、人口密度の高いnodeを避けるようになっている。

図-4.7は、centerに容量制限をした結果である。centerの容量は、26 nodeより発生するごみ量に相当する値としている。

川崎市のごみ焼却場は、丘陵部と埋立て地に設置されており、計算して求めた位置と比較して、不合理な位置にあると言える。



図-3.6 川崎市のごみ焼却場の配置



◎ ごみ焼却場の位置

図-37 川崎市 39 node network

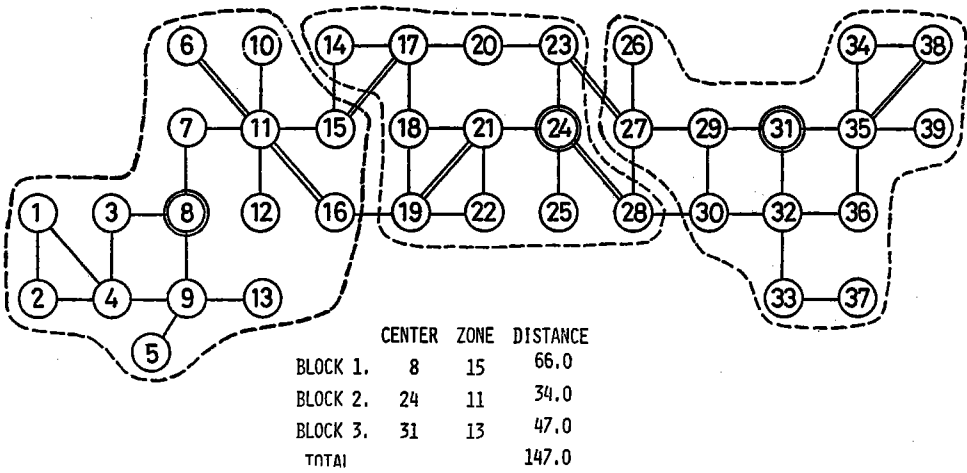


図-38 川崎市 39 node network 3分割No.1

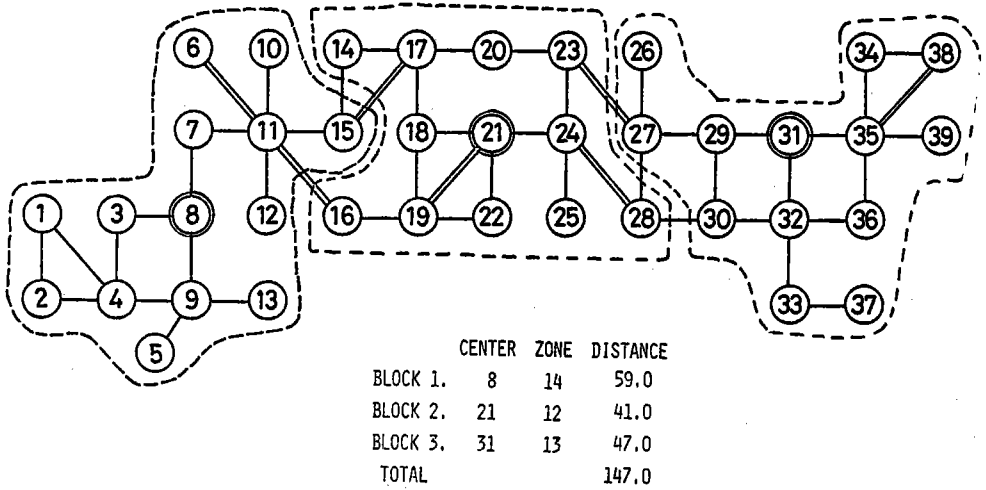


図-39 川崎市39 node network 3分割No.2

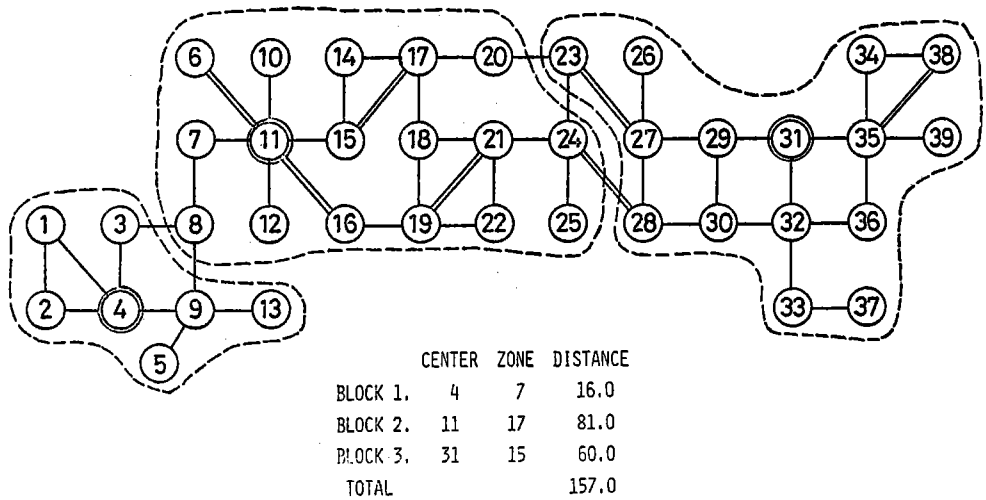
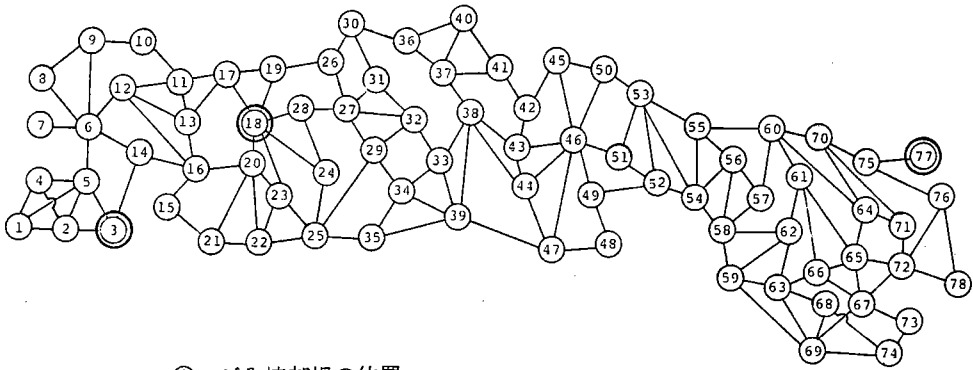
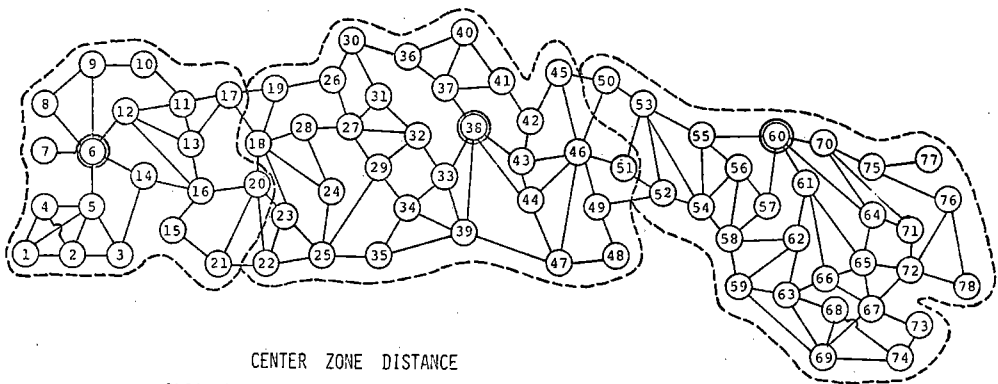


図-40 川崎市39 node network 3分割—最適解を与えない例



◎ ごみ焼却場の位置

図-41 川崎市78 node network



	CENTER	ZONE	DISTANCE
BLOCK 1.	6	19	98.4
BLOCK 2.	38	31	104.7
BLOCK 3.	60	28	90.3
TOTAL			293.4

図-42 川崎市78 node network 3分割

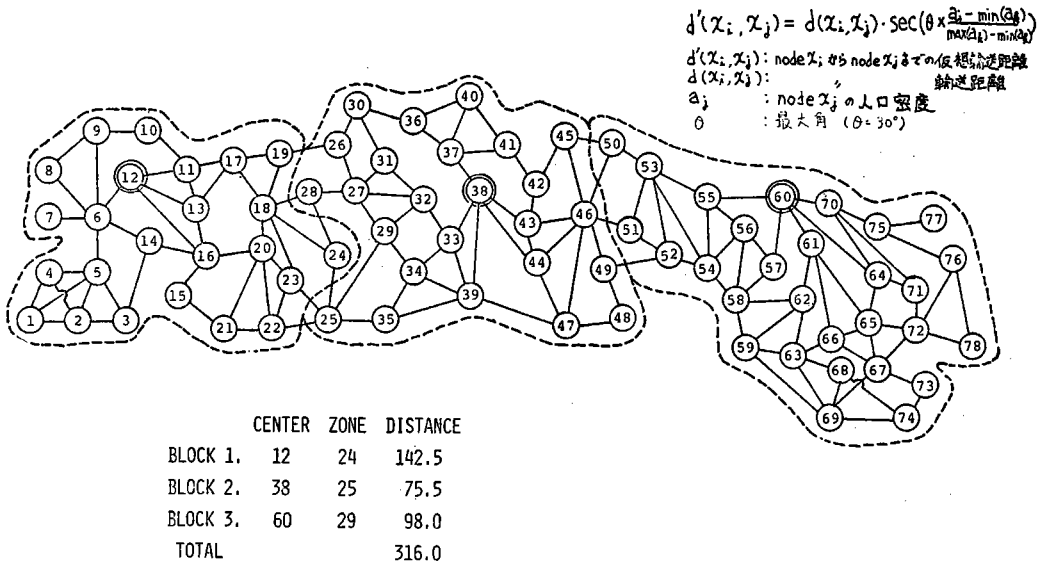


図-4 3 川崎市78 node network 仮想距離行列

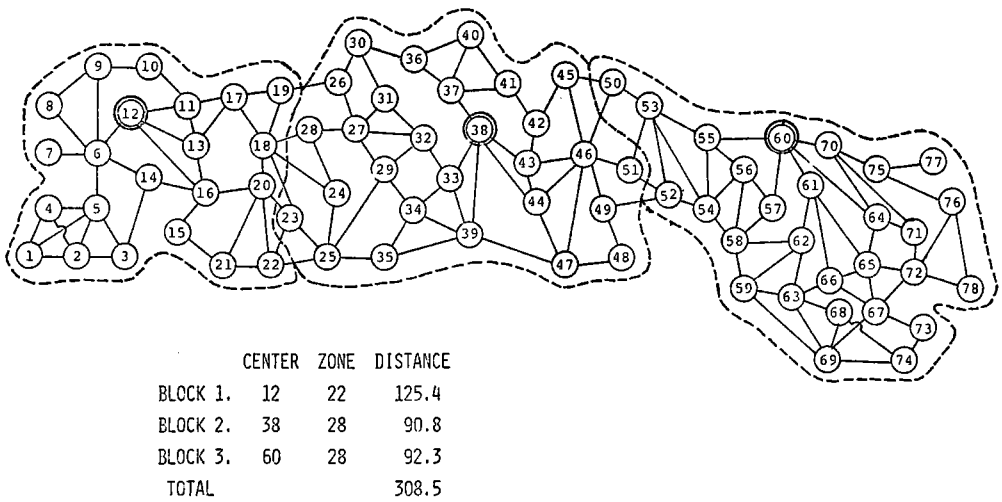
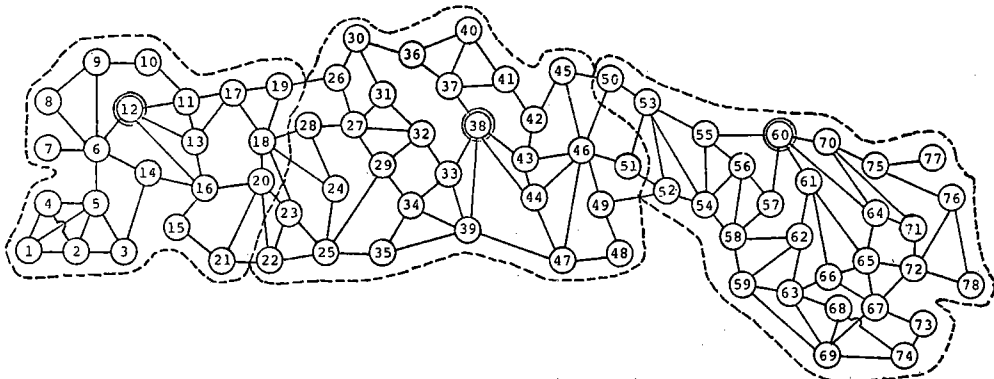
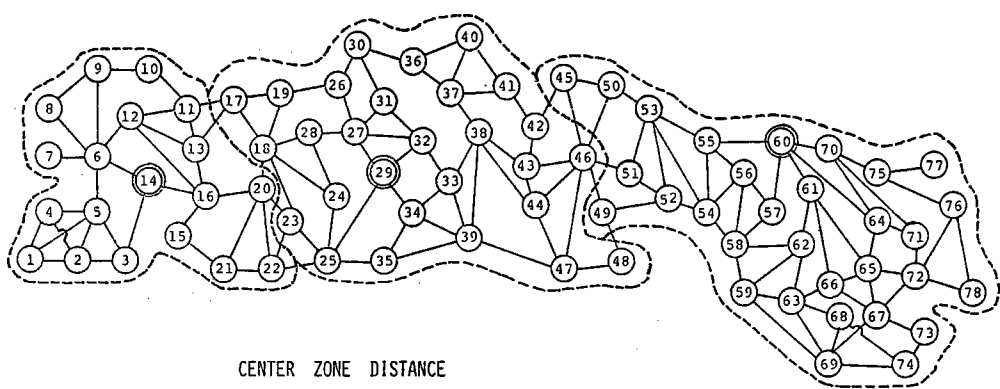


図-4 4 川崎市78 node network C.N.W 20%



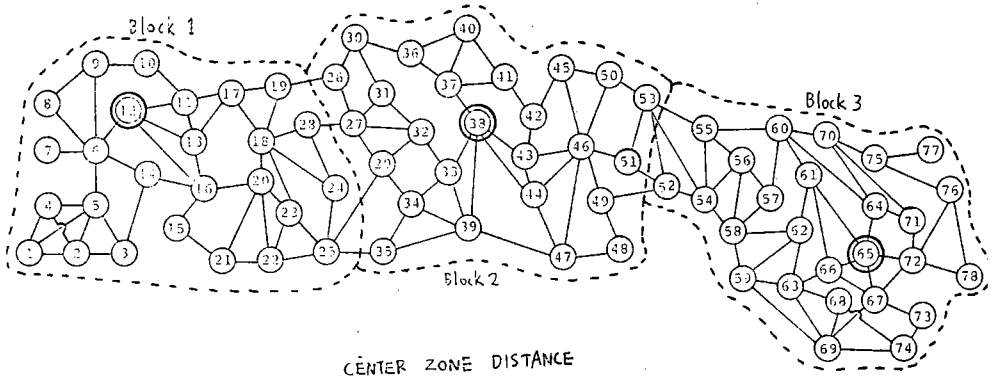
	CENTER	ZONE	DISTANCE
BLOCK 1.	12	22	131.4
BLOCK 2.	38	28	105.8
BLOCK 3.	60	28	95.3
TOTAL			332.5

図-45 川崎市78 node network C.N.W 50%



	CENTER	ZONE	DISTANCE
BLOCK 1.	14	19	120.0
BLOCK 2.	29	28	124.1
BLOCK 3.	60	31	116.9
TOTAL			361.0

図-46 川崎市78 node network C.N.W 100%



	CENTER	ZONE	DISTANCE
BLOCK 1	12	26	150.6
BLOCK 2	33	26	67.9
BLOCK 3	65	26	80.5
TOTAL			301.0

図-47 川崎市78 node network 容量制限

表-10 C.N.W 100%の値(川崎市)

node 番号	C.N.W	node 番号	C.N.W	node 番号	C.N.W	node 番号	C.N.W
1	0	21	20	41	50	61	60
2	10	22	20	42	60	62	70
3	0	23	20	43	50	63	100
4	10	24	30	44	50	64	90
5	40	25	30	45	60	65	80
6	20	26	30	46	80	66	90
7	40	27	50	47	50	67	70
8	20	28	60	48	40	68	80
9	30	29	30	49	40	69	80
10	40	30	40	50	80	70	20
11	30	31	80	51	70	71	70
12	20	32	70	52	60	72	60
13	20	33	50	53	70	73	0
14	10	34	50	54	60	74	0
15	20	35	30	55	100	75	20
16	20	36	90	56	0	76	10
17	50	37	50	57	100	77	0
18	0	38	50	58	40	78	0
19	30	39	70	59	60		
20	20	40	80	60	10		

C.N.W の基準

C.N.W	zone 内平均人口密度
100	300以上 $\frac{1}{a}$
90	270 "
80	240 "
70	210 "
60	180 "
50	150 "
40	120 "
30	90 "
20	60 "
10	30 "
0	15以下 "

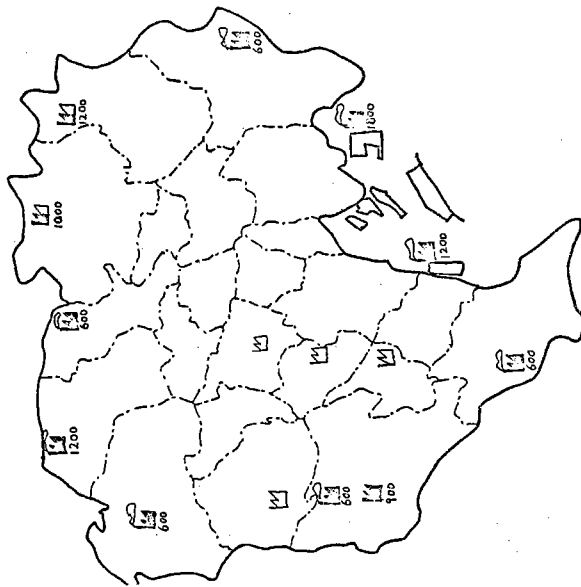
5-1-2 東京23区の場合

東京23区のごみ焼却場の配置を図-48に示す。東京都のごみ焼却場は、現在稼働中のもの9ヶ所、建設中のもの2ヶ所、予定中のもの4ヶ所である。ここでは、center数を11個と15個についての結果を述べる。

図-49 東京23区を $1.88 \times 2.7 \text{ km}$ のmeshに分割し、networkとしたものである。これは総理府統計局の標準meshを利用し、その4個のmeshとしている。link長は、それぞれのmesh間隔としている。その計算結果を図-50~図-55に示す。

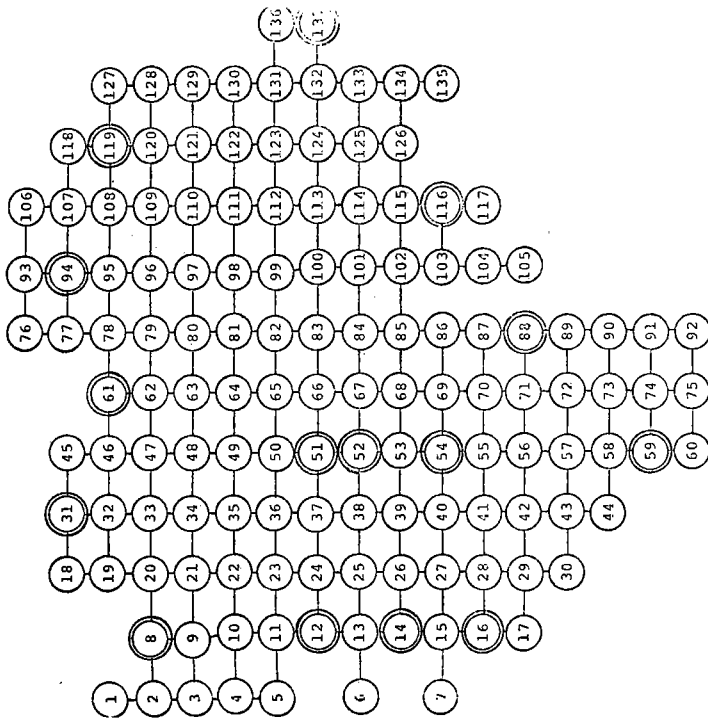
図-50と図-51とは重みづけをしない距離行列、図-52と図-53とは重みづけを行った距離行列を使用している。図-54と図-55とは重みづけを行った距離行列に、C.N.Wを付加している。C.N.Wは、人口密度を基準としている。これを表-11にかかげておく。

東京都の焼却場は、ほとんど23区の周辺部に立地しており、前述の結果と比較しても不合理性を知れる。しかし、ここに述べた結果は、mesh分割をしているために距離の等しいnodeが多い。このため、tieを頻繁に生じており、このtieの処理方法によって、まったく異なる結果を与える。tieの処理方法を今後の課題として考える必要がある。



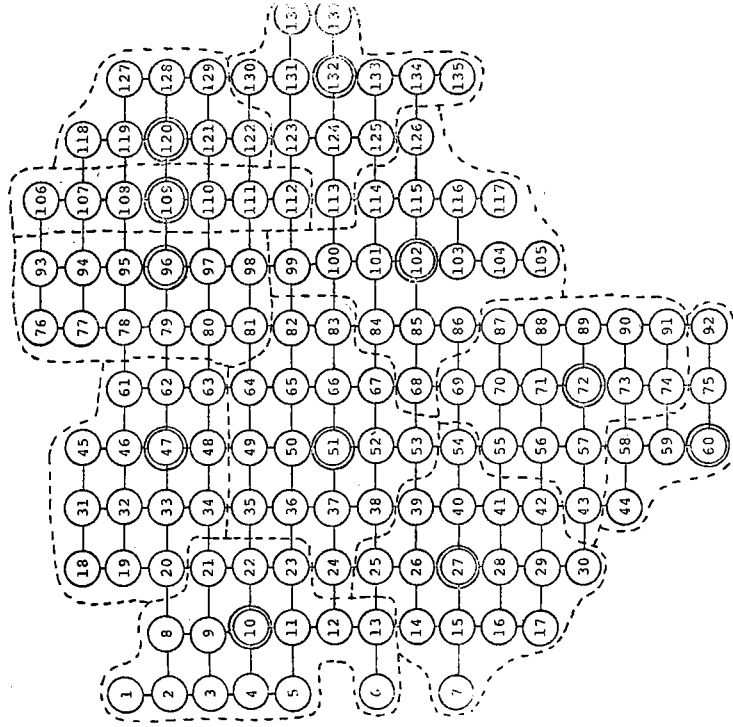
稼働中
建設中
予定
数字は焼却能力(t/d)を表わす

図-48 東京23区ごみ焼却場の配置

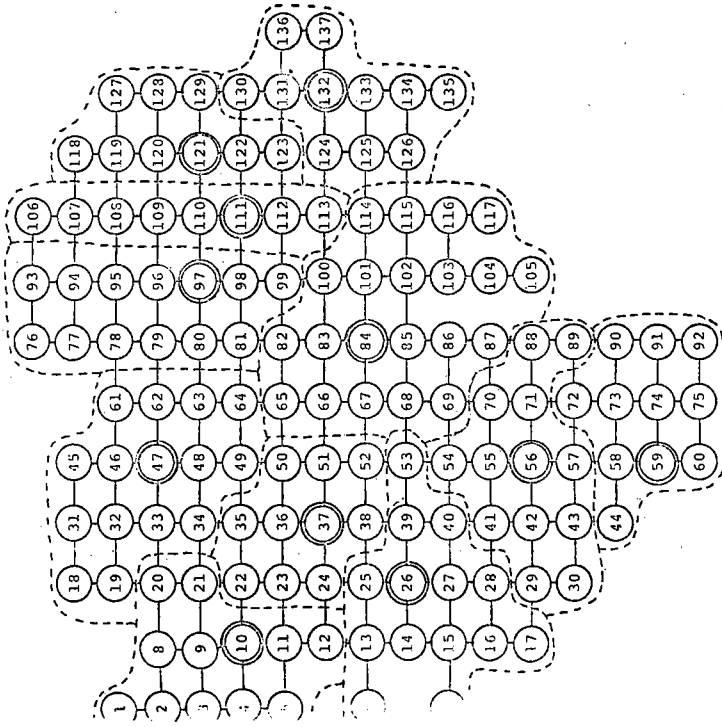


図一49 東京23区137 node network

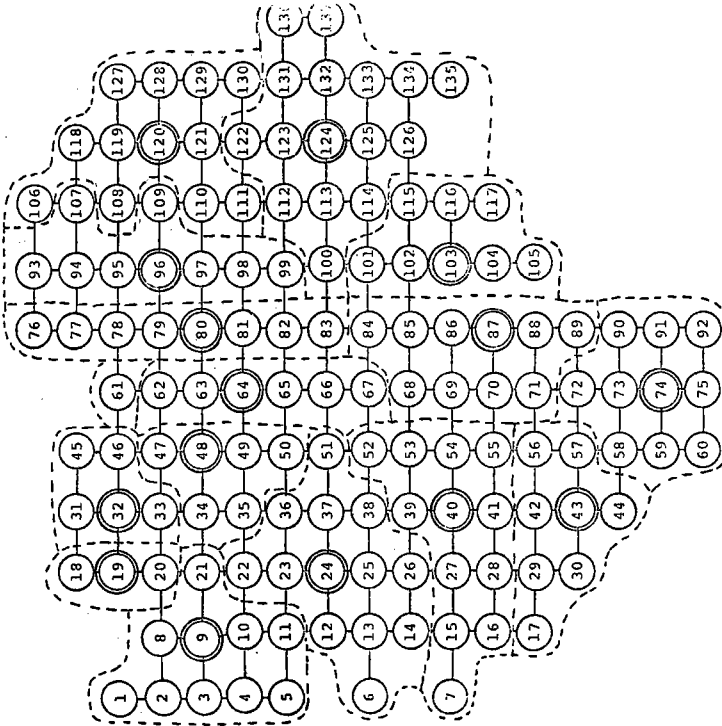
◎ ごみ焼却場の位置



図一50 東京23区 network 11分割



図一52 東京23区 network 11分割 重みづけ



図一51 東京23区 network 15分割

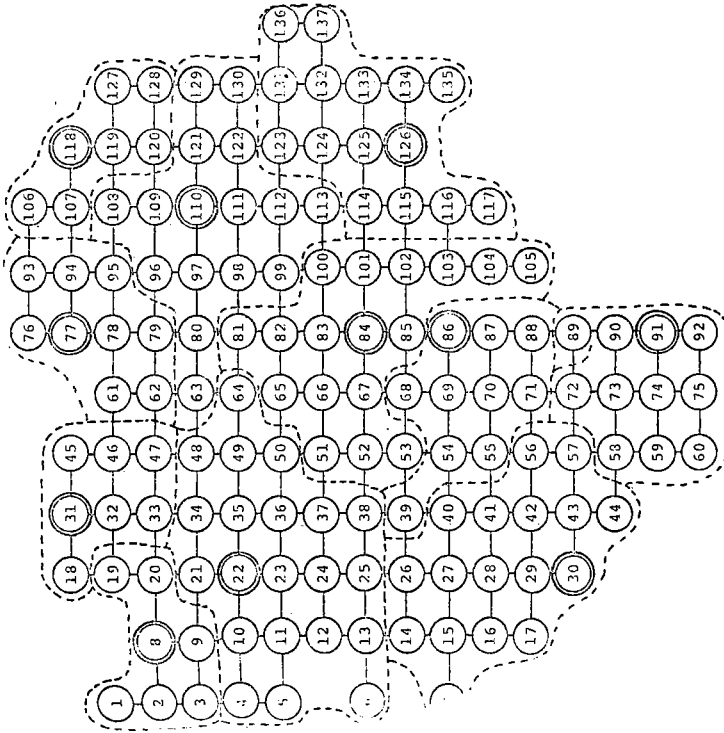


図-54 東京23区 network 11分割C.N.W 20%

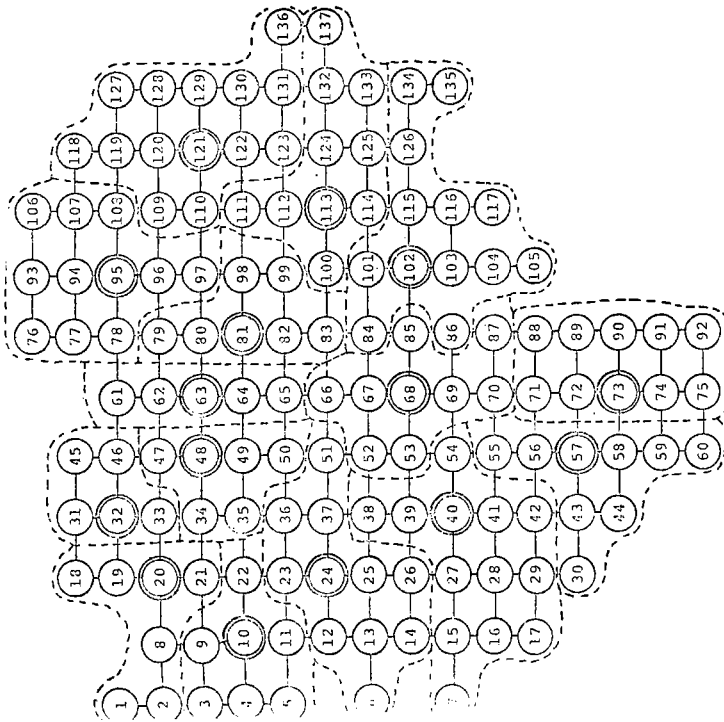


図-53 東京23区 network 15分割重みづけ

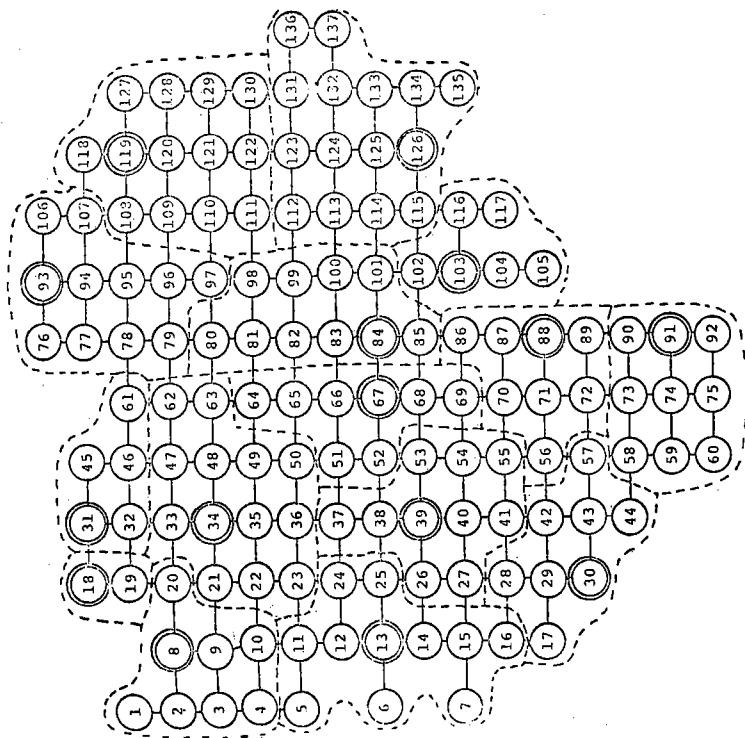


图-55 東京23区 network 15分割 C.N.W 20%

表-11 C.N.W 100% の値 (東京23区)

(単位千 t-km)

node 番号	C.N.W	node 番号	C.N.W	node 番号	C.N.W	node 番号	C.N.W	node 番号	C.N.W
1	10	29	50	57	80	85	20	113	70
2	10	30	10	58	70	86	0	114	50
3	30	31		59	80	87	0	115	20
4	30	32	40	60	40	88	0	116	0
5	50	33	70	61	50	89	0	117	0
6	70	34	70	62	80	90	0	118	0
7	60	35	90	63	100	91	0	119	10
8	10	36	90	64	90	92	0	120	40
9	30	37	100	65	70	93	0	121	60
10	90	38	70	66	50	94	20	122	50
11	80	39	50	67	20	95	60	123	70
12	60	40	90	68	40	96	50	124	80
13	40	41	70	69	40	97	80	125	60
14	50	42	70	70	30	98	100	126	0
15	50	43	60	71	30	99	70	127	20
16	30	44	50	72	50	100	50	128	50
17	30	45	10	73	60	101	40	129	50
18	0	46	80	74	90	102	30	130	40
19	20	47	100	75	40	103	0	131	50
20	50	48	100	76	80	104	0	132	20
21	50	49	80	77	0	105	0	133	10
22	60	50	70	78	20	106	20	134	0
23	100	51	70	79	20	107	10	135	0
24	90	52	30	80	90	108	30	136	10
25	80	53	50	81	90	109	60	137	30
26	70	54	70	82	90	110	50		
27	70	55	70	83	20	111	80		
28	40	56	100	84		112	80		

C.N.Wの値の基準

C.N.W	zone 内平均人口密度
100	220以上 人/k _a
90	210 "
80	190 "
70	170 "
60	150 "
50	130 "
40	110 "
30	90 "
20	70 "
10	50 "
0	40以下 "

5-1-3 多摩地区

図-56は多摩地区32町村のごみ処理施設の配置を示している。多摩地区は17ヶ所に焼却場が配置されている。その大部分が東部に集中している。

図-57は多摩地区を3.4km×2.8kmのmeshに分割して得た、135nodeのnetworkである。meshは、標準mesh、9個を1meshとしたものである。link長はそれぞれmesh間隔である。図-58は重みづけをした距離行列によって計算を行った結果である。

多摩地区は、地形上西部においてithmus linkが多く、また東部と西部の人口がアンバランスである。そのため、最適解を与えていない。多摩地区では、各市町村が独自に、もしくは一部事務組合によって処理をしている。その区域の外に焼却場を設置することはない。したがって、各地区のごみ発生量を考慮すると、計算結果よりも合理的に配置されている。

今回の解法を行う対象地域として多摩地区を考えるのは適切ではなく、各市町村単位もしくは、ある程度特徴の等しい——たとえば、東部の人口集中部のみを取り上げて——地域に限定して行うか、施設の容量を付加して計算を行う必要がある。

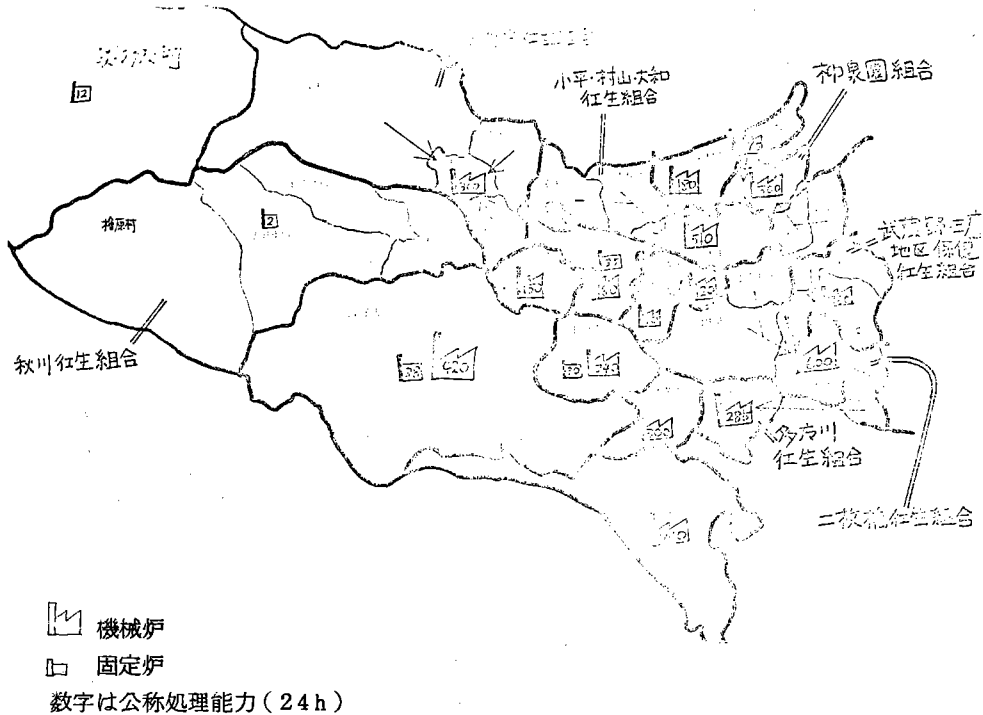


図-56 多摩地区の概況

(参 考) 多摩地区の焼却施設

焼却施設を持っていないのは、秋川市、日の出町、桧原村だけであり、残りの市町村は、自前の焼却施設を持つか、組合を作って共同の焼却施設を持つかしている。焼却炉の数は1炉(4市町村)、2炉(9市町村・組合)3炉(3市町村・組合)、4炉(1組合)となっており、S49年度末で公称処理能力(24h)4467t/dayで、1日総収集量2169t/dayを処理し、17%にあたる369t/dayの焼却残灰を出している。焼却炉としては、多摩地区35炉のうち旧式のバッチ式(固定炉)は5炉、新式の連続式(機械炉)は30炉である。下表に、多摩地区の焼却施設一覧を掲げておく。(表-12)

表-12 多摩地区の処理施設一覧

団 体 名	49年度末公称能力			粗大ゴミ処理施設		
	機械炉 t/日	固定炉 t/日	計 t/日	可燃 粉 砕 m ³ /5h	不燃 粉 砕 t/5h	併用 t/5h
① 武蔵野三鷹地区保健衛生組合	360		360			
② 二枚橋衛生組合	600		600			
③ 柳泉園組合	375		375			50
④ 西多摩衛生組合	300		300			
⑤ 多摩川衛生組合	285		285			
⑥ 小平・村山・大和衛生組合	510		510			
⑦ 八王子市	420	38	458		75	
⑧ 立川市	180	35	215			
⑨ 昭島市	150		150		50	
⑩ 町田市	240		240			
⑪ 日野市	240	30	270	200		
⑫ 東村山市	180		180			
⑬ 国分寺市	120		120			
⑭ 国立市	90		90	300		
⑮ 多摩市	300		300			
⑯ 五日市町		2	2			
⑰ 奥多摩町		12	12			
計 (17組合・市・町)	4,350	117	4,467	500	125	50

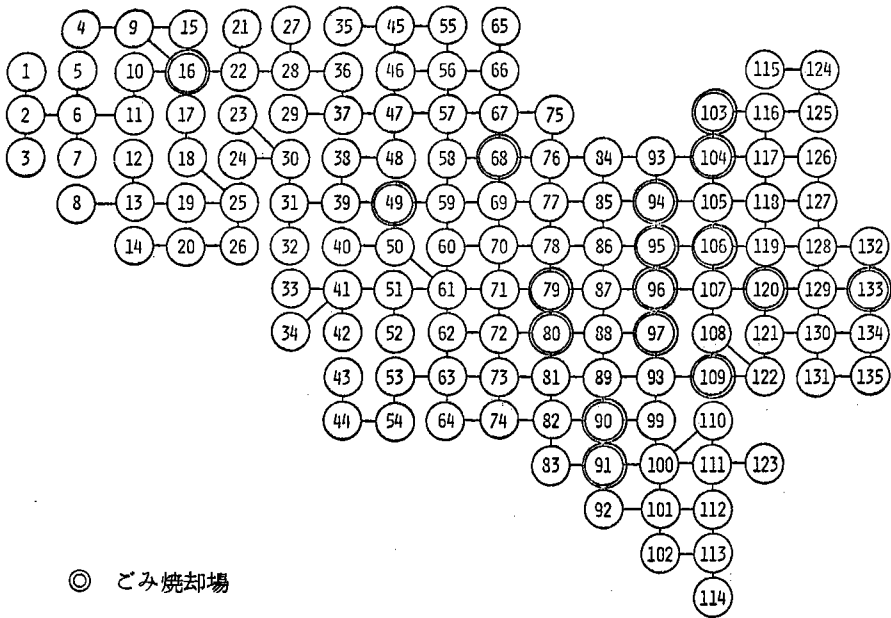


図-57 多摩地区135 node network

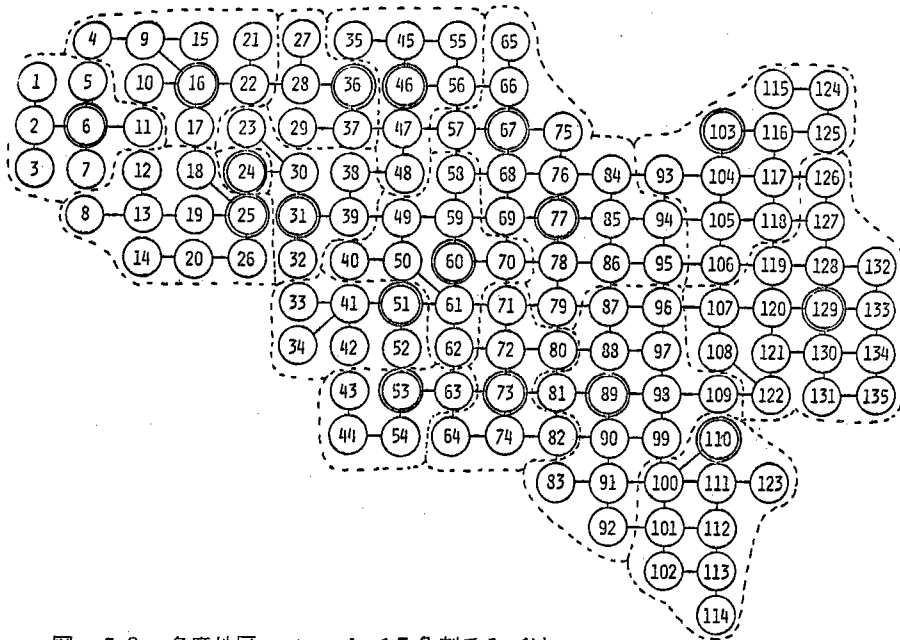


図-58 多摩地区 network 17分割重みづけ

5-2 Algorithmの検討

5-2-1 基本のAlgorithmの検討

Teiz-Bart の提案したAlgorithmを利用してごみ処理施設に関するLocationを行ったが、いくつかの問題点がある。

1. 対象地域の選定と分割方法
2. center-node-weightの有効性
3. 容量制限をした場合

この3つの問題点を検討する前にAlgorithmの有効性について論じる必要があるが、Algorithmの有効性はTeiz-Bartの実験した結果によって与えられている。したがって、ごみ処理施設のLocationに関して3つの問題点について論じる。しかし、確認のために図-59, 図-60を示す。これは図-57のnetworkにおいて, center数を5個として計算した過程の輸送距離の減少の様子を示したものである。ただし、距離行列は重みづけしていない。

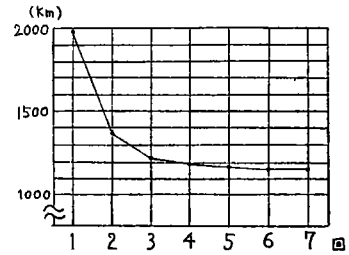


図-59 輸送距離の収束過程

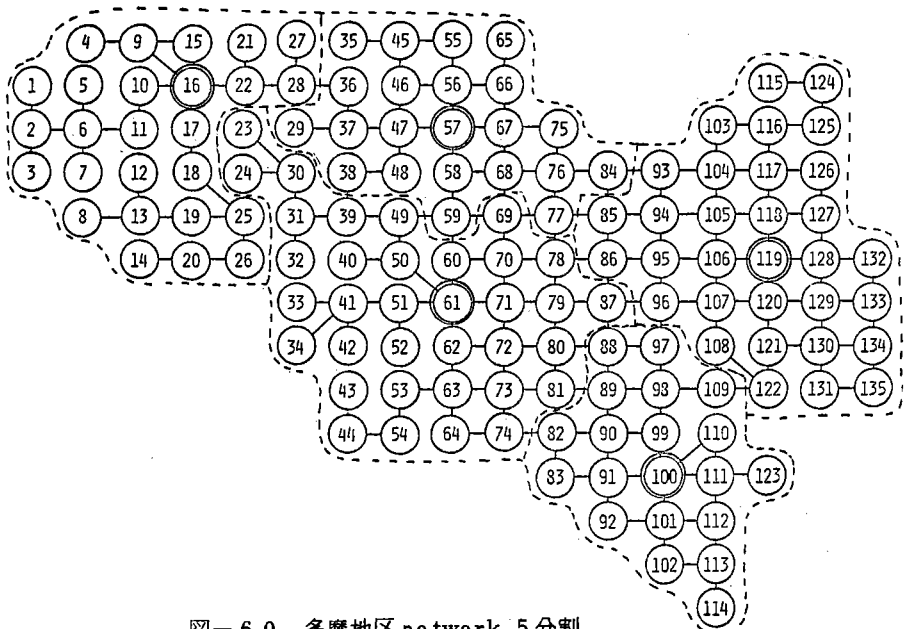


図-60 多摩地区network 5分割

5-2-2 対象地域の選定と分割方法の検討

対象地域を選定するにあたって、今回多摩地区全域を network として考えたが、最適位置が得られなかった。この原因として、各市町村もしくは一部事務組合を構成している地区が、1~2個の node によって表わされていることが挙げられる。実際に求める必要がある位置は各 zone をもっと細かく分割して得られる network でのみ表示しうる。このように対象地域を分割した各 zone が大き過ぎることは、対象地域に比較して node 数が少ないからである。したがって、対象地域の広さに応じて適切な node 数となるように分割すればよい。しかし、計算機の容量によって計算可能な node 数が限定されているので、対象地域をもっと狭い範囲とするか、等発生量で分割することにより、この問題点が解消されるであろう。

等発生量に分割することは困難である。mesh 分割は簡単であり、標準 mesh を利用することにより各種のデータを入手し易いが、計算の途中で tie が生じ易く最適解を与えない場合がある。そこでこの点を修正するために、摂動法を用いることが考えられる。摂動法とは、ある node P_k より等距離ある node $P_i (i=1, \dots, n)$ が複数存在する時、ある微少量 ϵ を増減させて等距離の node を無くする方法である。ただし ϵ を輸送距離に影響を及ぼさない値としなくてはならない。例として、(5.1)式が考えられる。

$$d'(P_k, P_i) = d(P_k, P_i) + \epsilon \quad (5.1)$$

$d'(P_k, P_i)$: 計算に用いる摂動させた距離

$d(P_k, P_i)$: node 間の距離

ϵ : 微少量

摂動させる時に、主要幹線路で結ばれている node 間に加える微少量を他の場合より小さくすることによって、交通条件を加味することも考えられる。摂動法の可否は今後の課題として残されるが、もし可能ならば、標準 mesh を利用することにより、この解法の利用範囲が広がると思われる。

5-2-3 center-node-weight の検討

重みづけした距離行列により計算した結果は、多くの場合、発生量の多い node が center となる。これは、center となった node の輸送距離が 0 と仮定しているからである。しかし、発生量の多い node とは人口密集地域であり、現実として、そのような地点にごみ処理施設は立地しえない。このような場合に、C.N.W は意味がある。一方、C.N.W を加えた場合、4章

で述べた基本のAlgorithmの(性質-1)と(性質-2)が成り立たなくなるので、最適解が求まるかどうか疑問である。

図-61は、東京23区のnetwork(図-49)においてcenter数を固定し、C.N.Wを変化させた結果である。これによると、C.N.Wを加えることによって必ずしも最適解を与えない。しかし、C.N.Wは有用な方法であるので、この問題点を解消するために、初期値として、C.N.Wが0もしくは、低いnodeを採用し、数通りの初期値によって計算した結果を比較することが考えられる。すなわち、C.N.Wを加えることによって、C.N.Wが0もしくは、低いnodeがcenterとなり易いという性質を利用するわけである。

5-2-4 容量制限の検討

容量制限を行うことは、ごみ処理施設のLocationを扱うためには重要である。代入法を用いて新しいcenterを決定するため、1 nodeより発生するごみを、複数のcenterに輸送することができないので、等発生量を仮定して計算を行う方が便利である。すなわち、centerの容量を発生node何個分に相当するかということで決定できるからである。しかし、4章で述べた方

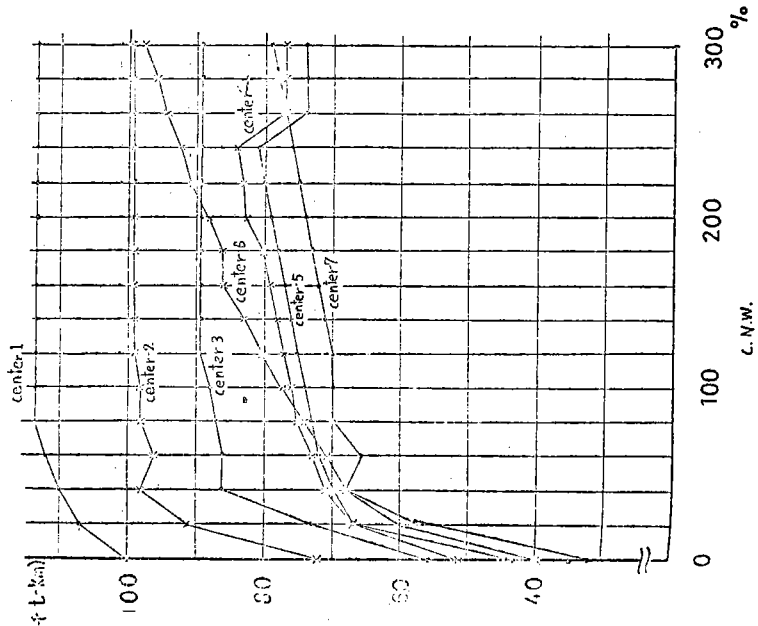


図-61 C.N.Wと総距離(距離に換算)との関係 東京23区

法により最適解を得るかどうかは、適用例が少なく、本研究では確認されていない。これは、今後の課題として残されるものである。

5-3 ごみ処理施設数の推定

Teiz-Bartの方法は、centerの数を与えられて初めて解法が可能となる。しかし、ある対象地域の最適の個数は最初から与えられるものではない。そこで、Teiz-Bartの方法を利用して、最適の個数を推定しうるのではないかと考えた。これはcenter数を変えて総輸送距離を計算し、その輸送距離のうち最小となる場合のcenterの個数を最適の個数とするものである。しかし、center数をnode数とすることにより輸送距離は0となり、必ずcenter数がnode数と等しい時が最適となる。そこで、輸送距離の減少の度合いが鈍化することを判定の規準と考えることにする。

図-62は川崎市を、図-63は東京23区を例とし、重みづけした距離行列を行い、centerの数を変化させた時の輸送距離の変化を示したものである。この図によると、川崎市は5個、東京都は10個付近より輸送距離の減少の度合いが小さくなっている。さらにcenter-node-weightを荷すことにより、減少の度合いは少なくなり、逆に増加する場合もある。もしcenter-node-weightが施設費用を表わしうるならば、より正確な個数を推定しうると思われる。

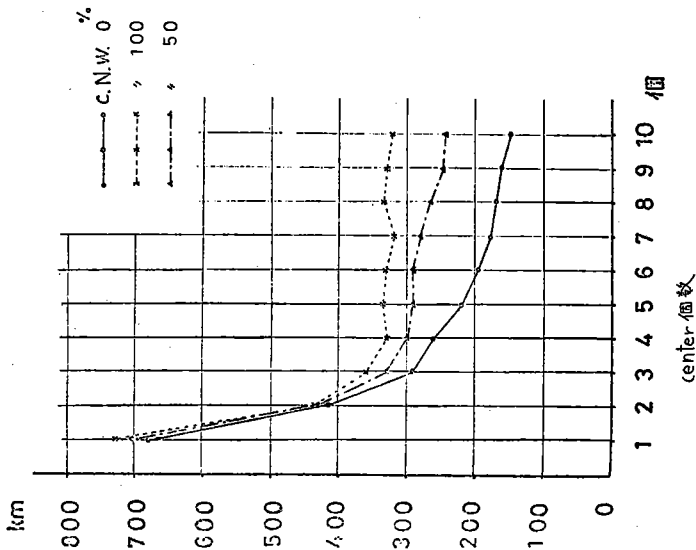


図-62 総距離とcenter個数との関係 川崎市

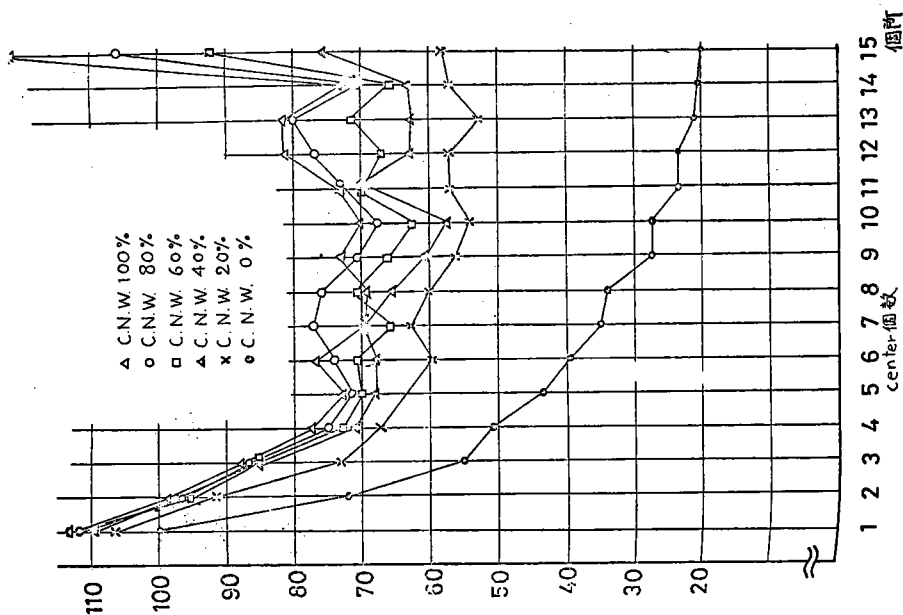


図-6-3 総輸送距離とcenter個数との関係 東京23区

6. あとがき

最初にのべたように、この報告は、多摩川周辺地域における環境整備に関する実施研究として、とうきゅう環境浄化財団から研究費の援助をえて実施した研究の、比較的まとまった部分をのべたものである。この報告でのべたLocation問題に関することのほか、ごみ処分問題の質的側面に関することも研究した。しかし、主として研究者の非力により、報告するに足るほどの研究のまとまりがえられず、残念に思っているし、今後の継続する努力が必要だと感じている。

この研究を実施するにあたり、梶原文雄、田崎滋久、吉川弘の3君の協力があつたことを記して感謝する。

石橋多聞先生には終始指導をうけたことを記して感謝する。

脇本和昌、山崎公子両氏からは何かとお世話になったことを記して感謝する。

最後に、研究の機会と援助を与えられたとうきゅう環境浄化財団に深く感謝するものである。